

Theoretische Physik: Quantenmechanik

Übungsblatt 11

Vorlesung: Otfried Gühne Übungen: Andreas Ketterer, Christina Ritz, Timo Sinnacher
Vorlesung: Di. 10-12 (B030) und Fr. 14-16 (D115)
Übungen: Di. 8:30-10:00 (B030) und Di. 12:30-14:00 (B030)

Zu bearbeiten bis 09.01.2018

1. Clebsch-Gordon Koeffizienten (6 Punkte)

Bestimmen Sie alle nicht verschwindenden Clebsch-Gordon Koeffizienten $\langle s_1, m_1; s_2, m_2 | s, m \rangle$ für $s_1 = s_2 = 1$.

2. Bonus-Aufgaben (3+3 Punkte)

(i) n Personen treffen sich in einem Raum. Jeder schüttelt die Hände von jedem. Zeigen Sie, dass es während der Brüßungszeremonie immer zwei Personen gibt die die selbe Anzahl an Händen geschüttelt haben.

(ii) Die Ecke eines $(2n+1) \times (2n+1)$ Schachbretts fehlt. Für welches n kann man die übrigen Felder mit 2×1 Dominosteinen überdecken, so dass die Hälfte aller Dominos horizontal liegen?

3. Fragen

- Was ist eine unitäre Matrix? Was ist eine hermitesche Matrix? Wann kann eine Matrix diagonalisiert werden?
- Was sind Eigenwerte und Eigenvektoren? Was ist die Spur und die Determinante einer Matrix, und wie können sie mit Hilfe der Eigenwerte berechnet werden? Bestimmen Sie die Eigenwerte einer hermiteschen 2×2 Matrix.
- Wann ist eine Matrix positiv semidefinit?
- Wie lauten die Pauli-Matrizen und deren Eigenwerte?
- Was ist der Kommutator? Berechnen Sie den Kommutator der Pauli-Matrizen.
- Was ist ein Hilbertraum? Warum sind Zustände in der Quantenmechanik durch normierte Vektoren gegeben?
- Ein Zustand $|\psi\rangle$ und eine Observable A seien gegeben. Was sind die möglichen Messergebnisse einer Messung von A bezüglich $|\psi\rangle$. Was sind die Wahrscheinlichkeiten dieser Messergebnisse?
- Wie ändert sich der Zustand eines Quantensystems nach einer Messung?
- Was ist Quantengeld? Wie funktioniert Quantenkryptographie?
- Was ist der Hamiltonoperator? Wie bestimmt dieser die Zeitentwicklung eines Zustands?
- Warum ist die Zeitentwicklung in der Quantenmechanik unitär?
- Was ist ein adjungierter Operator? Wie steht dieser mit dem Skalarprodukt in Verbindung?
- Wann sind zwei Messungen kompatibel?
- Was ist die Varianz einer Observablen? Formulieren Sie die Heisenberg'sche Unschärferelation (im Allgemeinen, und für den Ort und Impuls). Was bedeutet die Heisenberg'sche Unschärferelation? Gibt es eine Zeit-Energie Unschärferelation?

- Formulieren Sie die zeitabhängige und die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung.
- Formulieren Sie das Ehrenfest Theorem.
- Wie kann man die unitäre Zeitentwicklung für einen gegebenen Hamiltonoperator berechnen? Wie funktioniert das in der *Praxis*?
- Nennen Sie die Baker-Campbell-Hausdorff Formel.
- Wie kann man die Eigenzustände des Ortsoperators bestimmen? Warum sind diese Eigenzustände problematisch?
- Wie kann man die Wellenfunktion $\psi(x)$ von $|\psi\rangle$ bestimmen? Geben Sie den Impulsoperator in der Ortsdarstellung an.
- Geben Sie die zeitabhängige und die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung in der Ortsdarstellung an. Wie gelangt man von der zeitabhängigen zur zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung.
- Wie kann man die Wellenfunktion in der Impulsdarstellung berechnen?
- Was ist ein Gaußsches Wellenpaket? Wie sieht die Zeitentwicklung aus?
- Was ist der Tunneleffekt? Warum ist dieser wichtig?
- Geben Sie den Hamiltonian für den harmonischen Oszillator an. Wie sehen die Leiteroperatoren aus und welche Eigenschaften haben sie? Was sind die möglichen Energiewerte? Wie sehen die Wellenfunktionen des Grundzustands und des ersten angeregten Zustands in der Ortsdarstellung aus? Was ist der Unterschied zum klassischen harmonischen Oszillator?
- Was ist ein kohärenter Zustand?
- Was sind die Kommutatorrelationen der Drehimpulsoperatoren? Wie sehen die Drehimpulsoperatoren aus? Welche Eigenwerte haben sie?
- Was sind die Kugelflächenfunktionen? Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Kugelflächenfunktionen und Spin-(1/2) Teilchen? Gibt es einen Zusammenhang?
- Geben Sie den Hamiltonian des Wasserstoffatoms an. Welche Strategie verfolgt man um die zugehörige Schrödinger-Gleichung zu lösen? Was sind die möglichen Energieeigenwerte?
- Wofür sind Clebsch-Gordon Koeffizienten nützlich?