

Nicht-lineare Dynamik und Strukturbildung

Übungsblatt 3

Vorlesung: Otfried Gühne, Di. 10-12 (D222)

Übung: Sanah Altenburg, Di. 16-18 (D120)

Zu bearbeiten am 25.11.2016

P5. Harmonischer Oszillator mit Reibung

Der harmonische Oszillator ist eines der bekanntesten Beispiele aus den Grundlagenvorlesungen der klassischen Physik und sehr wichtig in der Quantenmechanik.

- Stellen Sie die Differentialgleichungen für den gedämpften harmonischen Oszillator auf. Verwenden Sie hierfür die beiden Größen $(x, y) = (x, v)$.
- Verwenden Sie die Energie des harmonischen Oszillators als Ljapunow-Funktion und untersuchen Sie damit die Stabilität des Fixpunktes im Ursprung.
- Wie muss die Ljapunow-Funktion für asymptotische Stabilität verändert werden?

P6. Fischers Fritz fischt frische Fische

Die Gleichung $\dot{N} = rN(1 - \frac{N}{k}) - H$ liefert ein sehr vereinfachtes Modell einer Fischerei. Wenn nicht gefischt wird, wächst die Anzahl an Fischen logistisch. Der Effekt des Fischens wird durch den Term $-H$ beschrieben, der besagt, dass die Rate an entnommenen Fischen konstant ist mit $H > 0$. (Das besagt, dass es den Fischern egal ist, ob sie die Fischerei leer fischen - Sie fischen einfach jeden Tag die gleiche Anzahl an Fischen.)

- Zeigen Sie, dass das System in die dimensionslose Form

$$\frac{dx}{d\tau} = x(1 - x) - h,$$

umgeschrieben werden kann mit den dimensionlosen Größen x , τ und h .

- Skizzieren Sie das Vektorfeld für verschiedene Werte von h .
- Zeigen Sie, dass für einen bestimmten Wert von h eine Bifurkation auftritt. Klassifizieren Sie diese.
- Diskutieren Sie das Langzeit-Verhalten der Fischpopulation für die Fälle $h < h_c$ und $h > h_c$. Geben Sie eine biologische Interpretation für beide Fälle an.