

Nicht-lineare Dynamik und Strukturbildung

Übungsblatt 2

Vorlesung: Otfried Gühne, Di. 10-12 (D222)

Übung: Sanah Altenburg, Di. 16-18 (D120)

Zu bearbeiten am 15.11.2016

P3. Liebes Affären

- (a) **Die Beschimpfung:** Wählen Sie 4 Namen für die romantischen Stile, die bestimmt sind durch die Vorzeichen von a und b in der Gleichung $\dot{R} = aR + bJ$.
- (b) Nehmen Sie eine Affäre an, die beschrieben wird durch $\dot{R} = J$ und $\dot{J} = -R + J$.
- Charakterisieren Sie die romantischen Stile von Romeo und Julia.
 - Klassifizieren Sie den Fixpunkt im Ursprung ($R = J = 0$). Was impliziert dieser für die Affäre?
 - Skizzieren Sie $R(t)$ und $J(t)$ als Funktionen von t mit den Anfangsbedingungen $R(0) = 1$ und $J(0) = 0$.

Für die folgenden Aufgaben, prognostizieren Sie den Verlauf der Affären abhängig von dem Vorzeichen und Verhältnis von a und b .

- (c) **Gefühle außer Rand und Band:** Unterstellen Sie, dass Romeo und Julia auf einander reagieren, jedoch nicht zu sich selbst $\dot{R} = aJ$ und $\dot{J} = bR$. Was passiert?
- (d) **Feuer und Wasser:** Ziehen sich Gegensätze an? Analysiere Sie $\dot{R} = aR + bJ$ und $\dot{J} = -bR - aJ$.
- (e) **Erbsen in einer Hülse:** Falls Romeo und Julia romantische Klone sind ($\dot{R} = aR + bJ$ und $\dot{J} = bR + aJ$), sollten Sie Langeweile oder Glückseligkeit erwarten?
- (f) **Romeo der Roboter:** Nichts kann die Gefühle, die Romeo für Julia empfindet ändern: $\dot{R} = 0$ und $\dot{J} = aR + bJ$. Wird Julia ihn am Ende lieben oder hassen?

P4. Zwei-Moden Laser

Haken (1983) zufolge produziert ein Zwei-Moden Laser zwei verschiedene Arten von Photonen mit Anzahl n_1 und n_2 . Die Ratengleichungen dazu sind gegeben durch

$$\begin{aligned}\dot{n}_1 &= G_1 N n_1 - k_1 n_1 \\ \dot{n}_2 &= G_2 N n_2 - k_2 n_2,\end{aligned}$$

wobei die Anzahl an angeregten Atomen gegeben ist durch $N(t) = N_0 - \alpha_1 n_1 - \alpha_2 n_2$. Die Parameter G_1 und G_2 beschreiben den Zuwachs an Photonen durch stimulierte Emission und die Parameter k_1 und k_2 beschreiben den Verlust der Photonen durch z.B. Streuung. Die Parameter $G_1, G_2, k_1, k_2, \alpha_1$ und α_2 sind alle positiv.

- (a) Diskutieren Sie die Stabilität des Fixpunktes $n_1^* = n_2^* = 0$.
- (b) Finden und klassifizieren Sie alle weiteren möglichen Fixpunkte.
- (c) Abhängig von den Werten der vielen Parametern, wie viele quantitativ verschiedene Phasenbilder können auftreten? Für jeden dieser Fälle, was prognostiziert das Modell über das Langzeitverhalten des Lasers?