Theoretische Physik: Mechanik
Übungsblatt 6

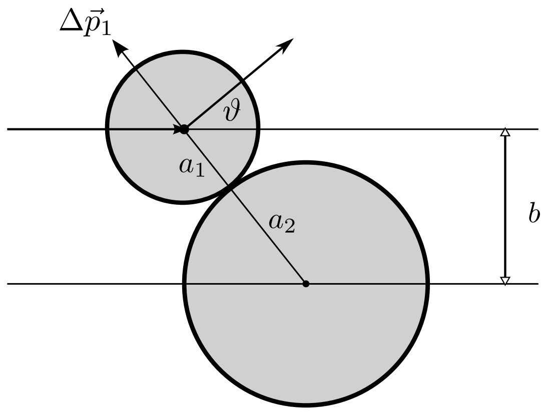
Vorlesung: Otfried Gühne
Übungen: Sanah Altenburg, Tristan Kraft, Jannik Hoffmann
Vorlesung: Di. 10:15-11:45 (D308) und Fr. 10:15-11:45 (D308)
Übungen: Fr. 8:30-10 (B030) und Fr. 12-13:30 (B030)

Zu bearbeiten bis 01.12.2015

H14. **Elastischer Stoß** (7 Punkte)
Zwei harte Kugeln gleicher Massen und mit Radien a_i stoßen elastisch. Wählen Sie ein Bezugssystem in dem die zweite Kugel ruht.

(a) Überlegen Sie sich zunächst, dass die Impulsänderung $\Delta\vec{p}_1$ parallel zur Verbindungsachse der Mittelpunkte liegt. Geben Sie für die erste Kugel den Stoßparameter b als Funktion der Komponenten des Vektors $\Delta\vec{p}_1$ an.

Hinweis: Ist hier der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel?



(b) Berechnen Sie die Impulse der Kugeln nach dem Stoß in Abhängigkeit des Stoßparameters b.

(c) Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt für die Vorwärtsstreuung ($\vartheta \leq \pi/2$)

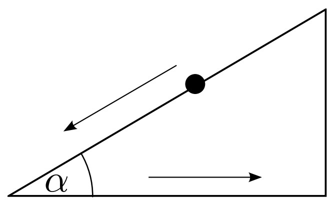
$$\sigma = 2\pi \int \frac{b(\vartheta)}{\sin\vartheta} b'(\vartheta)\, d\cos\vartheta.$$

Diskutieren Sie kurz das Ergebnis.

H15. **Keil** (3 Punkte)
Professor Gühne mit dem Gewicht m kann sich frei auf einem Keil der Masse M und Schräge α bewegen. Der Keil selbst kann sich horizontal frei bewegen.

(a) Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen 1. Art und die Bewegungsgleichungen auf.

(b) Welche Zwangskräfte wirken?



Hinweis: Nehmen Sie für Prof. Gühne eine Punktmasse an.

H16. **Lagrange-Formalismus erster und zweiter Art** (12 Punkte)
Ein Teilchen der Masse m gleite reibungsfrei unter dem Einfluss der Schwerkraft auf der Innenseite des Rotationsparaboloids $az = x^2 + y^2$, $a = const.$

(a) Wie lautet allgemein die Lagrangefunktion $L(r, \varphi, z)$ eines sich ohne Zwangsbedingungen bewegenden Teilchens im Schwerefeld in Zylinderkoordinaten? Wie lauten die Lagrange- Gleichungen und wie hängen diese mit den Newtonschen Bewegungsgleichungen in Zylinderkoordinaten zusammen?

Wir verwenden zunächst den Lagrange-Formalismus erster Art, um das System zu behandeln. Dabei gehen wir jedoch nicht direkt von den Bewegungsgleichungen aus, sondern wählen die Lagrangefunktion als Ausgangspunkt.

(b) Führen Sie die Zwangsbedingung (ausgedrückt in Zylinderkoordinaten), dass sich das Teilchen nur auf dem Paraboloid bewegen kann, mit Hilfe eines Lagrange-Multiplikators in die Lagrangefunktion ein, und stellen Sie die Lagrange-Gleichungen für $\tilde{L}(r, \varphi, z, \lambda)$ auf. Wie werden die Lagrange-Gleichungen für $\{r, \varphi, z\}$ durch den Lagrange-Multiplikator modifiziert?

(c) Bestimmen Sie λ, und entkoppeln Sie damit die einzelnen Bewegungsgleichungen.

Nun betrachten wir das Problem mit Hilfe des Lagrange-Formalismus zweiter Art.

(d) Berücksichtigen Sie die Zwangsbedingung nun direkt durch die Wahl geeigneter generalisierter Koordinaten in der Lagrangefunktion L. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf, und vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus Teilaufgabe (c).

(e) Zeigen Sie, dass der Massenpunkt die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \sqrt{2g/a}$ besitzt, wenn er sich auf einer Kreisbahn in der konstanten Höhe h bewegt.

(f) Betrachten Sie kleine Auslenkungen der Punktmasse in radiale Richtung, und bestimmen Sie die Winkelfrequenz der Oszillation um die stabile Kreisbahn.