

Theoretische Physik: Mechanik

Übungsblatt 4

Vorlesung: Otfried Gühne
Übungen: Sanah Altenburg, Tristan Kraft, Jannik Hoffmann
Vorlesung: Di. 10:15-11:45 (D308) und Fr. 10:15-11:45 (D308)
Übungen: Fr. 8:30-10 (B030) und Fr. 12-13:30 (B030)

Zu bearbeiten bis 17.11.2015

H8. Ellipse (4 Punkte)

Zeigen Sie für die Gleichung

$$k = (1 + \varepsilon \cos \varphi) r(\varphi), \quad (1)$$

dass abhängig vom Parameter $0 \leq \varepsilon \leq 1$ eine Ellipse ($x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$), Parabel oder Hyperbel ($x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$) entsteht. Bestimmen Sie jeweils a und b . Skizzieren Sie Ellipse, Parabel und Hyperbel.

H9. Lenz-Vektor (4 Punkte)

Für die Bewegung im Potential $V(r) = -\kappa/r$ stellt der sog. *Lenz-Vektor*

$$\vec{B} = \frac{\vec{p} \times \vec{l}}{m\kappa} - \vec{e}_r$$

eine weitere Erhaltungsgröße neben Drehimpuls \vec{l} und Energie E dar.

(a) Beweisen Sie durch explizite Rechnung, dass $\dot{\vec{B}} = 0$ gilt.

(b) Zeigen sie, dass $|B|$ gerade der Exzentrizität der Bahnkurve entspricht. Berechnen Sie dazu $\vec{l} \cdot \vec{B}$ und $\vec{x} \cdot \vec{B}$, und parametrisieren Sie die Bahn mittels des von \vec{x} und \vec{B} eingeschlossenen Winkels (d.h. $\angle(\vec{x}, \vec{B}) = \varphi$ in Gl. (1)).

H10. Zweidimensionale Schwingung (8 Punkte)

Zwei Massen $m_1 = m$ und $m_2 = 2m$ sind mit einer Feder (Konstante: k) gekoppelt, die Masse m_2 ist zudem mit einer Feder der doppelten Stärke (Konstante: $2k$) an einer Wand befestigt. Behandeln Sie jede der Massen zweidimensional mit Koordinaten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) .

(a) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen ω_k des Systems und finden Sie einen vollständigen Satz linear unabhängiger Vektoren \vec{A}_k , so dass $\vec{x}_k(t) = \vec{A}_k \cos(\omega_k t)$ jeweils eine Lösung der Bewegungsgleichungen ist.

(b) Überprüfen Sie, dass die Vektoren \vec{A}_k eine Basis bilden. Sind die Vektoren \vec{A}_k wechselseitig orthogonal?

(c) Zur Zeit $t = 0$ sei die Masse m_2 in ihrer Ruhelage und in Ruhe. Die Masse m_1 sei um $-a$ in x -Richtung ausgelenkt und habe die Geschwindigkeit $(\dot{x}_1, \dot{y}_1)_{t=0} = (0, a\sqrt{k/m})$. Geben Sie explizit die Bahnkurven der beiden Teilchen an.

