Theoretische Physik: Mechanik
Übungsblatt 3

Vorlesung: Otfried Gühne
Übungen: Sanah Altenburg, Tristan Kraft, Jannik Hoffmann
Vorlesung: Di. 10:15-11:45 (D308) und Fr. 10:15-11:45 (D308)
Übungen: Fr. 8:30-10 (B030) und Fr. 12-13:30 (B030)

Zu bearbeiten bis 10.11.2015

H4. **Potential** (6 Punkte)
Im Folgenden sind k und $\vec{a}$ konstant und f eine gutmütige Funktion. Geben sie das Potential V der folgenden Kraftfelder an, falls möglich.

(a) $\vec{F}(\vec{r}) = -mg\vec{e}_z$,

(b) $\vec{F}(\vec{r}) = k\vec{r}$,

(c) $\vec{F}(\vec{r}) = f(|\vec{r}|)\vec{r}$,

(d) $\vec{F}(\vec{r}) = k\vec{r} \times \vec{a}$.

(e) $\vec{F}(\vec{r}) = (a_x r_x \vec{e}_x + a_y r_y \vec{e}_y + a_z r_z \vec{e}_z) \exp(-a_x r_x^2 - a_y r_y^2 - a_z r_z^2)$.

(f) $\vec{F}(\vec{r}) = (-r_y \vec{e}_x + r_x \vec{e}_y)/(r_x^2 + r_y^2)$

H5. **Raketengleichung** (5 Punkte)
Ein einfaches Modell für eine Rakete ist ein Objekt mit anfänglicher Masse $m(0) = m_0$ und Geschwindigkeit $v(0) = 0$, welches mit der Rate $\dot{m} = -\mu$ Materie ausstößt. Im Bezugssystem der Rakete ist die Geschwindigkeit v_g der ausströmenden Materie konstant.

(a) Verwenden Sie die Gesamtimpulserhaltung um die Geschwindigkeit $v(t)$ der Rakete zu berechnen.

(b) Skizzieren Sie E_{kin} zu der vom Raketenmotor benötigten Energie $E_{\text{Motor}} = (\mu\, t) v_g^2/2$.

(Ignorieren Sie relativistische Effekte, Reibung und Gravitation.)

H6. **Weißer Zwerg** (2 Punkte) Wir stellen uns einen Stern als eine Wolke aus vielen sich schnell bewegenden, aber nicht wechselwirkenden Gasteilchen vor, welche durch ihre eigene Gravitation zusammengehalten werden. Wenn nun ein solcher Stern keine innere Energiequelle mehr hat, so wird er durch die Abstrahlung von Licht stetig Energie verlieren. Wie ändert sich die kinetische Energie der Gasteilchen durch Verlust der Energiemenge δE?

H7. **Etwas lineare Algebra** (2 Punkte) Zeigen Sie, dass für eine symmetrische (reelle) $n \times n$-Matrix R folgende Aussagen äquivalent sind:

(a) Es existiert eine invertierbare $n \times n$-Matrix A und ein r, so dass

$$(A^T R A)_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j < r, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b) R ist positiv semidefinit, d.h. für alle Vektoren $\vec{x}$ gilt $\vec{x}^T R\, \vec{x} \geq 0$.

Hinweis: Verwenden Sie die Hauptachsentransformation.