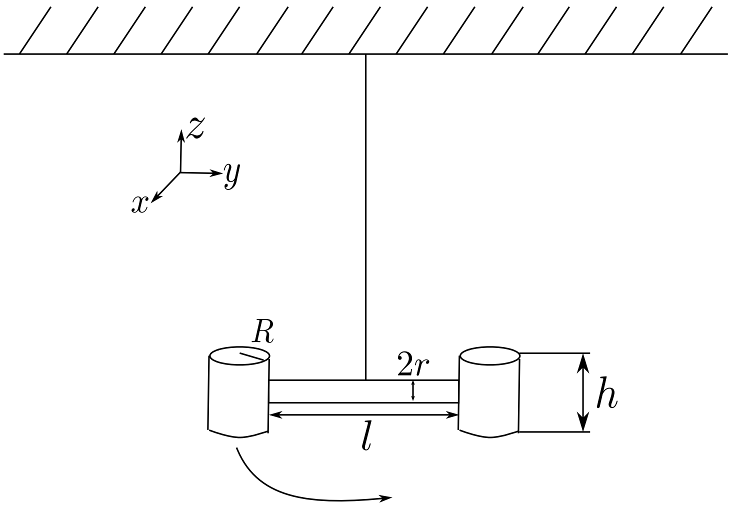
Theoretische Physik: Mechanik
Übungsblatt 11

Vorlesung: Otfried Gühne
Übungen: Sanah Altenburg, Tristan Kraft, Jannik Hoffmann
Vorlesung: Di. 10:15-11:45 (D308) und Fr. 10:15-11:45 (D308)
Übungen: Fr. 8:30-10 (B030) und Fr. 12-13:30 (B030)

Zu bearbeiten bis 19.01.2015

H27. **Torsionspendel** (5 Punkte)

An einem Faden hängt eine Hantel, wie abgebildet. Die Hantel besteht aus einer Stange der Masse m, Länge l und Radius r. An den beiden Enden der Stange ist jeweils ein Zylinder befestigt. Die Zylinder haben jeweils Masse M, Höhe h und Radius R.



(a) Leiten Sie die Formel für das Trägheitsmoment eines Zylinders für die Rotation um seine Symmetrieachse und senkrecht zu seiner Symmetrieachse durch explizites integrieren her.

(b) Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses von (a) und des Steinerschen Satzes das gesamte Trägheitsmoment der Hantel für die Rotation um die X-, Y- und Z-Achse.

(c) Der Faden habe das Direktionsmoment D. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz des Torsionspendels in Abhängigkeit von l. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

H28. **Trägheitstensor einer Raumstation** (7 Punkte)

Eine Raumstation der Masse M habe die Form eines dünnen Ringes mit Radius R und Massendichte

$$\varrho(r, \varphi, z) = \frac{M}{2\pi R}\delta(r - R)\delta(z)$$

Wir betrachten ein Koordinatensystem, dessen Ursprung im Schwerpunkt der Raumstation verankert sei.

(a) Berechnen Sie den Trägheitstensor des Systems. Welche Gestalt hat er? Was sind demnach die Hauptträgheitsachsen der Raumstation?

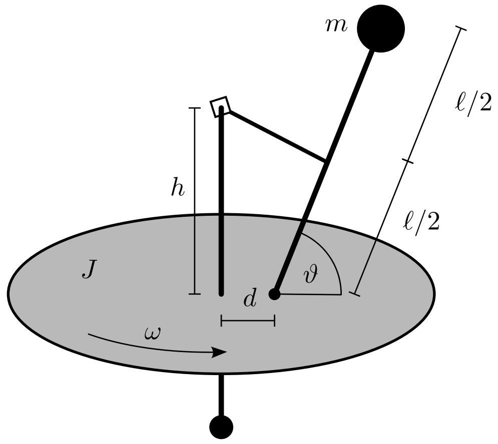
(b) Bestimmen Sie unter Verwendung von Drehmatrizen den Trägheitstensor der Raumstation bezüglich (i) eines um $\frac{2\pi}{3}$ um die z-Achse gedrehten Koordinatensystems und (ii) eines um $-\frac{\pi}{4}$ um die y-Achse gedrehten Koordinatensystems.
Hinweis:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \cos\eta & -\sin\eta & 0 \\ \sin\eta & \cos\eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

(c) Wie groß ist die Rotationsenergie, falls die Station mit der Winkelgeschwindigkeit ω um eine Schwerpunktsachse senkrecht zur Ringebene rotiert?

H29. **Dem Spielkind einen Namen geben** (6 Punkte)

Ein Physiker namens Matthias steht auf einem Ein-Mann-Karussell wie nebenstehend skizziert. Seine gesamte Masse steckt in seinem punktförmigen Kopf. Er ist an den Füßen festgeschnallt, allerdings nicht genau am Mittelpunkt des Karussells. Mit seinen kraftvollen Armen (welche in der Mitte seines Körpers angebracht sind) hält er sich an einem Stab. Das Karussell dreht sich frei, d.h. mit jeder Änderung des Trägheitsmoments ändert sich entsprechend die anfängliche Winkelgeschwindigkeit.



(a) Nehmen wir an, Matthias kann gerade sein eigenes Gewicht heben. Ab welcher Geschwindigkeit kann er sich nicht näher zur Mitte heranziehen?

(b) Falls er es jedoch schafft, sich näher heranzuziehen, wie ändert sich die Winkelgeschwindigkeit?

(c) Warum wird ein etwas ungeschickter Mensch dabei vom Karussell geworfen, selbst wenn ihm die schnelle Drehung nichts anhat?

(d) Was passiert wenn er nicht festgeschnallt ist und sein Kopf über die Mitte gerät?

Hinweis: Lösen Sie (c) und (d) nur qualitativ, für quantitative Lösungen gibt's extra Punkte.