

Stochastische Prozesse

Übungsblatt 10

Vorlesung: Otfried Gühne, Übung: Timo Simnacher (B-111, timo.simnacher@physik.uni-siegen.de)
Vorlesung: Mi 16-18 Uhr (D-120), Übung: Fr 10-12 Uhr (D-115)

Ausgabe am 18.12.2019. Zu bearbeiten bis 08.01.2020.

1. Zufälliger geometrischer Graph (3 + 7 = 10 Punkte)

Wir betrachten einen so genannten zufälligen geometrischen Graphen. Dabei werden n Punkte zufällig gleichmäßig auf einer vorgegebenen Fläche verteilt. Jeder Punkt bildet dann einen Knoten und zwei Knoten werden genau dann verbunden, wenn der Abstand zwischen ihnen einen vorgegebenen Wert s unterschreitet.

- In dieser Aufgabe soll die Fläche die Oberfläche einer Kugel mit Radius r sein. Überlegen Sie sich, wie Sie mithilfe zweier gleichverteilter Zufallsvariablen Punkte gleichmäßig auf einer Kugeloberfläche verteilen können. Bedenken Sie, dass ein Flächenelement durch $d\Omega = r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$ gegeben ist.
- Untersuchen Sie numerisch den Zusammenhang zwischen der Größe der größten Komponente und s , wenn der Radius mit der Anzahl der Knoten skaliert, d.h., $r \propto \sqrt{n}$. Beachten Sie, dass der Abstand auf der Kugeloberfläche zu messen ist. Findet wie beim Erdős-Renyi-Graph ein Phasenübergang statt?

2. Bonusweihnachtsaufgabe: Große und kleine Zusammenhangskomponenten (10* Punkte)

Wir betrachten einen Erdős-Renyi-Graphen $G(n, p)$ mit mittlerem Grad c für jeden Knoten. Untersuchen Sie, wie die Größe der Zusammenhangskomponenten von c abhängt. Verifizieren Sie dazu experimentell, d.h. numerisch, den aus der Vorlesung bekannten Phasenübergang und betrachten Sie insbesondere den Bereich um den kritischen Punkt. Wie verhält sich die Größe der größten, zweitgrößten, ... Komponente?

Präsenzübung 10

Bearbeitung am 18.12.2019.

2. Algorithmen auf Graphen

In dieser Aufgabe überlegen wir uns, wie bestimmte Eigenschaften von Graphen mithilfe eines Computers effizient bestimmt werden können.

- Überlegen Sie sich eine Datenstruktur, um den Graphen darzustellen. Wie können Sie damit einen Erdős-Renyi-Graphen $G(n, p)$ erzeugen?
- Formulieren Sie einen Algorithmus, um die Zusammenhangskomponenten für einen gegebenen Graphen zu bestimmen.
- Wie lässt sich der mittlere Abstand zwischen zwei Knoten bestimmen?