Stochastische Prozesse
Übungsblatt 9

Vorlesung: Otfried Gühne, Übung: Timo Simnacher (B-111, timo.simnacher@physik.uni-siegen.de)
Vorlesung: Mi 16-18 Uhr (D-120), Übung: Fr 10-12 Uhr (D-115)

Ausgabe am 11.12.2019. Zu bearbeiten bis 18.12.2019.

1. **Erdös-Renyi-Graph: Cluster** ($2 + 2 + 1 + 2 + 3 = 10$ Punkte)
   Wir betrachten einen Erdös-Renyi-Graph $G(n, p)$ mit mittlerem Grad c für jeden Knoten.

   a) Zeigen Sie, dass für große n die erwartete Anzahl an Dreiecken $\frac{1}{6}c^3$ ist. Als Dreiecke werden drei Knoten bezeichnet, die paarweise durch Kanten verbunden sind.

   b) Zeigen Sie außerdem, dass für große n die erwartete Anzahl an verbundenen Tripeln $\frac{1}{2}nc^2$ beträgt. Als verbundene Tripel werden drei Knoten bezeichnet, die zusammenhängend sind.

   c) Berechnen Sie damit den Clustering-Koeffizient und bestätigen Sie das Ergebnis aus der Vorlesung.

   Nehmen Sie nun an, dass eine große Zusammenhangskomponente existiert. Sei S der Anteil der Knoten in dieser Komponente.

   d) Was ist die Wahrscheinlichkeit für einen Knoten mit Grad k zu einer kleinen Zusammenhangskomponente zu gehören?

   e) Nutzen Sie das Ergebnis aus d), um mithilfe des Satzes von Bayes zu zeigen, dass der Anteil von Knoten in kleinen Zusammenhangskomponenten mit Grad k durch $e^{-c}c^k(1 - S)^{k-1}/k!$ gegeben ist.

Präsenzübung 9

Bearbeitung am 13.12.2019.

2. **Erdös-Renyi-Graph: Kleine Zusammenhangskomponenten sind Bäume**
   Überlegen Sie sich, dass kleine Zusammenhangskomponenten typischerweise, d.h. für große n, Bäume sind. Als Bäume werden Graphen bezeichnet, die keine Zyklen enthalten.