

Stochastische Prozesse

Übungsblatt 1

Vorlesung: Otfried Gühne, Übung: Timo Simnacher (B-111, timo.simnacher@physik.uni-siegen.de)
Vorlesung: Mi 16-18 Uhr (D-120), Übung: Fr 08-10 Uhr (B-030)

Ausgabe am 09.10.2019. Zu bearbeiten bis 16.10.2019.

1. Wiener Prozess und Chapman-Kolmogorow-Gleichung (5 Punkte)

Die Übergangswahrscheinlichkeit des Wiener Prozesses ist gegeben durch

$$p(x, t|x_0, t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(t-t_0)}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2(t-t_0)}}, \quad t \geq t_0. \quad (1)$$

Zeigen Sie explizit, dass dieser Prozess die Chapman-Kolmogorow-Gleichung erfüllt.

Hinweis: Nutzen Sie aus, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}. \quad (2)$$

Präsenzübung 1

Bearbeitung am 11.10.2019.

2. Klassische Statistikprobleme und -paradoxa

- Monty-Hall-Problem:** Bei einer Spielshow müssen Sie sich für eine von drei Türen entscheiden. Hinter einer davon befindet sich ein Auto, hinter den anderen beiden als Trostpreis eine Ziege. Nachdem Sie sich für eine Tür entschieden haben, öffnet der Moderator eine andere Tür, hinter der sich eine Ziege befindet und bietet Ihnen an, Ihre Entscheidung nochmals zu ändern. Sollten sie Ihre Wahl überdenken?
- Prävalenzfehler:** Für eine seltene, gefährliche Krankheit, an der nur jeder Tausendste der Bevölkerung leidet, wurde ein neuer Test entwickelt. Dieser erkennt 99% der Erkrankten, diagnostiziert die Krankheit jedoch auch bei 1% der Gesunden. Leider ist die Behandlung der Erkrankung sehr schmerzhaft und teuer. Sollte die Bevölkerung flächendeckend getestet und im Zweifelsfall behandelt werden?
- Geburtstagsparadoxon:** Es gibt 28 deutsche Physiknobelpreisträger. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei von ihnen am gleichen Tag Geburtstag haben?
- Abraham Walds Memo:** Stellen Sie sich vor, es ist Ihre Aufgabe, den Schaden an vom Kriegseinsatz zurückgekehrten Flugzeugen zu begutachten. Ihr Kommandant will von Ihnen wissen, welche Teile des Flugzeugs besser geschützt werden müssen. Während der Rumpf und der Tank häufig stark beschädigt sind, blieben Flügel und Motor fast immer unversehrt. Was schließen Sie daraus?
- Simpsons Paradox:** Bei zwei medizinischen Studien wird jeweils die Wirksamkeit zweier Medikamente untersucht. Die Ergebnisse sind:
Studie 1: Behandlung A zu 93% (in 81 von 87 Fällen) erfolgreich.
Studie 1: Behandlung B zu 87% (in 234 von 270 Fällen) erfolgreich.
Studie 2: Behandlung A zu 73% (in 192 von 263 Fällen) erfolgreich.
Studie 2: Behandlung B zu 69% (in 55 von 80 Fällen) erfolgreich.
Welche Behandlung ist effektiver?
- German-tank-Problem:** Im zweiten Weltkrieg wurde den Deutschen ihre Sorgfalt zum Verhängnis. Anhand der Seriennummern von Panzerteilen erobert oder zerstört Panzer konnten die alliierten Streitkräfte die Anzahl der deutschen Panzer abschätzen. Stellen Sie sich vereinfacht vor, dass alle Panzer durchgängig mit 1 beginnend durchnummeriert sind. Überlegen Sie sich, wie Sie anhand einer gleichmäßig verteilten Stichprobe die Gesamtzahl der Panzer abschätzen können.