

Aufgabe 1: Reduzierte Dichtematrix

- a) Berechnen Sie für folgende Zustände jeweils die reduzierte Dichtematrix von System A und System B .

i) $|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+-\rangle - |-+\rangle)$

ii) $|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{2} (|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle - |11\rangle)$

iii) $\varrho_{AB} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{13}{8} & 0 & \frac{33}{32} - \frac{1}{16}i & 0 \\ 0 & \frac{5}{8} & 0 & \frac{1}{32} - \frac{1}{16}i \\ \frac{33}{32} + \frac{1}{16}i & 0 & \frac{11}{8} & 0 \\ 0 & \frac{33}{32} + \frac{1}{16}i & 0 & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$

iv) $\varrho_{AB} = \frac{1}{4} | +0\rangle\langle +0| + \frac{3}{4} | 1-\rangle\langle 1-|$

v) $|\psi\rangle_{ABC} = \frac{1}{2\sqrt{2}} [|0\rangle (|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle) + |1\rangle (|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)]$

Berechnen sie zusätzlich die reduzierte Dichtematrix $\varrho_{AB} = \text{tr}_C [|\psi\rangle\langle\psi|_{ABC}]$

- b) Geben Sie in einem erweiterten Hilbertraum einen reinen Zustand an, der mit der angegebenen reduzierten Dichtematrix kompatibel ist.

i) $\varrho_A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 - a \end{pmatrix}, a \in [0, 1]$

ii) $\varrho_A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

iii) $\varrho_{AB} = p |\Phi^+\rangle\langle\Phi^+| + (1 - p) |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-|, p \in [0, 1]$