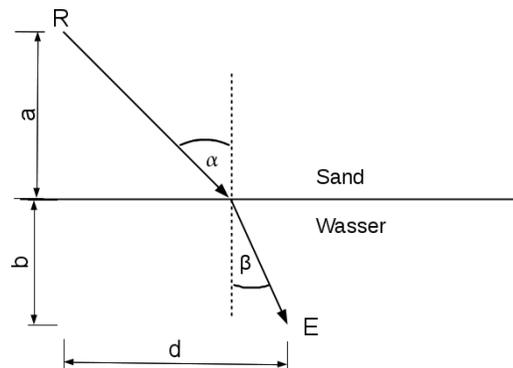


Abgabe des Übungsblattes: Dienstag, 30. Juni 2015

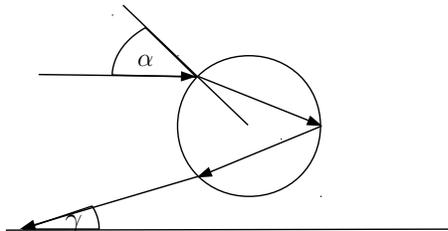
31. Das Fermatsche Prinzip oder die optimal Rettung



Ähnlich wie Licht, das nach dem Fermatschen Prinzip den extremalen Weg nimmt, möchte ein Rettungsschwimmer (R) denn schnellsten Weg zu einem Ertrinkenden (E) nehmen (siehe Skizze). Dabei bewegt sich der Rettungsschwimmer mit der Geschwindigkeit v_S auf dem Strand und mit v_W im Wasser. Wie verhalten sich die beiden Winkel α und β zueinander?

(3 Punkte)

32. Regenbogen



Ein Regenbogen entsteht durch Brechung und Reflexion von Sonnenstrahlen an Wassertropfen. Die einmalige Reflexion innerhalb des Tropfens führt zum Hauptbogen. Das Sonnenlicht (S) kommt waagrecht von links und trifft mit allen möglichen Einfallswinkeln α auf die Tropfenoberfläche. Relativ zur Einfallsrichtung (Horizontale) wird der Strahl schließlich unter dem Winkel γ beobachtet. Zu einer deutlichen Verstärkung kommt es, wenn ein (kleines) α -Intervall zum selben Beobachtungswinkel $\gamma = \gamma(\alpha)$ beiträgt; aus der Bedingung hierfür $d\gamma/d\alpha = 0$ folgt der Winkel γ_{extr} . Der Regenbogen erscheint dann als Kreis, der unter dem Winkel γ_{extr} relativ zur Achse Sonne-Beobachter-Kreismittelpunkt zu sehen ist. Der Brechungsindex von Luft ist $n \approx 1$, der von Wasser liegt bei $n \approx 1.33$. Wegen der Frequenzabhängigkeit $n = n(\omega)$ sind die Winkel γ_{extr} für verschiedene Farben leicht unterschiedlich. Bestimmen Sie die Beobachtungswinkel γ_{extr} für den Hauptbogen. Wie ist die Farbfolge des Hauptbogens, wenn die Brechungsindizes für rotes und violettes Licht $n_{\text{rot}} = 1.331$ und $n_{\text{violett}} = 1.334$ betragen?

(3 Punkte)

33. Ortsabhängiger Brechungsindex

In einem Medium nimmt der Brechungsindex in y -Richtung linear zu:

$$n(\vec{r}) = n(y) = n_0 + n_1 y \quad (n_0 > 0, n_1 > 0)$$

Wie verläuft ein Lichtstrahl in der xy -Ebene, der vom Ursprung zum Punkt $(x_0, 0)$ führt? Verwenden Sie das Fermatsche Prinzip. Diskutieren Sie insbesondere den realistischen Fall $n_1 x_0 \ll n_0$. (4 Punkte)

Hinweis: Falls die Funktion $F = F(y, y')$ die Euler-Lagrange-Gleichung erfüllt und nicht explizit von x abhängt, dann ist $y' \cdot \partial F / \partial y' - F$ eine Erhaltungsgröße.