Prof. Dr. O. Gühne S. Altenburg, T. Kraft & S. Wölk

SS 2015 **Theoretische Elektrodynamik** **Blatt 01**

Abgabe des Übungsblattes: Dienstag, 14. April 2015

1. Delta-Distribution

(a) Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften der Delta-Distribution, wobei $\Theta(x)$ die Heaviside-Funktion bezeichnet:
(i) $\delta(x) = \delta(-x)$ (ii) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Theta(x) = \delta(x)$
(**Hinweis:** Multiplizieren Sie mit einer Testfunktion, die im Unendlichen verschwindet und integrieren Sie von $-\infty$ bis $+\infty$.)

(2 Punkte)

(b) Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Eigenschaften der Delta-Distribution:
(i) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{i}x}\delta(x^2-\pi^2)\mathrm{d}x$ (ii) $\int\limits_{0}^{\infty} \mathrm{d}x \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}k\, x\, \mathrm{e}^{ik(x-a)}$ für $a < 0$ und $0 < a$

(2 Punkte)

Im Folgenden wollen wir die Darstellung der Delta-Distribution

$$\delta(\vec{r} - \vec{r'}) = \frac{1}{4\pi}\Delta\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r'}|} \tag{1}$$

aus der Vorlesung beweisen. Dazu gehen wir in 2 Schritten vor:

(c) Zeigen Sie, dass $\Delta\ 1/|\vec{r} - \vec{r'}| = 0$ für $\vec{r'} \neq \vec{r}$ gilt. (1 Punkt)

(d) Zeigen Sie, dass

$$\int\limits_V \mathrm{d}r^3 \Delta\frac{1}{|\vec{r}|} = -4\pi \tag{2}$$

gilt, falls der Nullpunkt in V enthalten ist.
(**Hinweis**: Das beliebige Volumen V kann durch eine Kugel um den Ursprung ersetzt werden ohne den Wert des Integrals zu verändern.)

(1 Punkt)

2. Satz von Stokes

Verifizieren Sie für das Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r}) = (-y, x, 0)^T$ den Satz von Stokes

$$\oint_{\partial F} \vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \int_F (\vec{\nabla}\times\vec{A})\cdot\mathrm{d}\vec{f} \tag{3}$$

wobei der Weg ∂F durch einen Kreis in der xy-Ebene mit Radius R gegeben ist.

(2 Punkte)

3. Satz von Gauss

Verifizieren Sie für das Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r}) = (xy, 2yz, 3xz)^T$ den Satz von Gauss

$$\int_{F=\partial V} \vec{A} \mathrm{d}\vec{F} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \, \mathrm{d}V \tag{4}$$

wobei V durch einen Würfel mit den Eckpunkten $(0,0,0), (2,0,0), \cdots, (2,2,2)$ gegeben ist.

(2 Punkte)

4. Elektrisches Potential

Zwischen zwei konzentrischen Kugelflächen mit Radien R_1 und R_2 mit $R_1 < R_2$ befindet sich Ladung mit der Ladungsdichte $\rho = \alpha/r^2$.

(a) Berechnen Sie die Gesamtladung (1 Punkt)

(b) Berechen Sie das Potential Φ und die Elektrische Feldstärke $\vec{E}$.
(**Hinweis**: Überlegen Sie, welche Symmetrien in diesem Fall für Φ gelten und von welchen Variablen Φ daher nur abhängen kann.)

(2 Punkte)