Theoretische Physik: Elektrodynamik
Übungsblatt 7

Vorlesung: Matthias Kleinmann Übungen: Cornelia Spee, Michael Gaida, Jonathan Steinberg
Vorlesung: Di. 10–12 (D308) und Fr. 10–12 (D308)
Übungen: Fr. 8:30–10:00 (D115, B030)

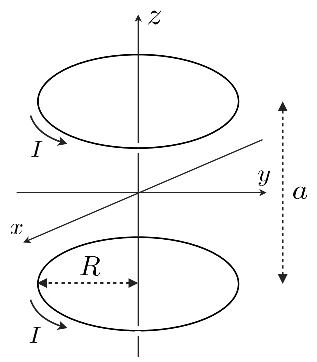
Zu bearbeiten bis 28.05.2019

1. Dicht gewickelte Spule mit endlicher Ausdehnung [3 Punkte]

Gegeben sei eine sehr dicht gewickelte Spulte der Länge L (Spulenradius R, Windungszahl n), die vom Gleichstrom I durchflossen wird. Berechnen Sie die magnetische Induktion $\boldsymbol{B}$ auf der z-Achse. Geben Sie explizit die Induktion an den Enden der Spule an.

2. Helmholtz-Spulen [3+3 Punkte]

Zwei parallele kreisförmige Drähte mit Radius R und Abstand a werden jeweils in der auf der Abbildung angezeigten Richtung von einem Strom der Stärke I durchflossen. Nehmen Sie an, dass die Drähte einen idealisierten unendlich dünnen Durchmesser haben.



(i) Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savart'schen Gesetzes die magnetische Induktion $\boldsymbol{B}$ auf der z-Achse.

(ii) In welchem Abstand a müssen die Leiterschleifen angebracht werden, damit das Magnetfeld zwischen ihnen möglichst homogen ist? Man bezeichnet die entsprechende Anordnung als Helmholtz-Spulen.
Tipp: Entwickeln Sie $\boldsymbol{B}$ in einer Taylorreihe um $z = 0$.

3. Vektorpotential eines stromdurchflossenen Ringes [1+2+3+2 Punkte]

Ein Kreisstrom I fließt in einem unendlich dünnen Draht, welcher einen Ring mit Radius a bildet und in der xy-Ebene liegt.

(i) Wie lautet die Stromdichte in Polarkoordinaten?

(ii) Verifizieren Sie, dass die Kontinuitätsgleichung für die Strom- und Ladungsdichte erfüllt ist.

(iii) Geben Sie für das vom Strom erzeugte Vektorpotenzial $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r})$ in Coulomb-Eichung eine Integraldarstellung an. Berechnen Sie das Vektorpotenzial näherungsweise für $r \gg a$.
Tipp: Legen Sie den Beobachtungspunkt $\boldsymbol{r}$ in die xz-Ebene. Entwickeln Sie den Integranden in a/r.

(iv) Wie lautet das vom Kreisstrom erzeugte magnetische Moment $\boldsymbol{m}$?

Bitte wenden!

4. Vektorpotenzial und Coulomb-Eichung [3+1 Punkte]

(i) Zeigen Sie, dass das durch $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \frac{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$ definierte Vektorpotenzial der Coulomb-Eichung genügt. Tipp: Partielle Integration.

(ii) Zeigen Sie, dass für zwei Stromverteilungen $\boldsymbol{j}_1(\boldsymbol{r})$ und $\boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r})$ und deren zugehörigen Vektorpotenziale $\boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{r})$ und $\boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{r})$ folgende Identität gilt:

$$\int \boldsymbol{j}_1(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{r}) d^3r = \int \boldsymbol{j}_2(\boldsymbol{r}) \cdot \boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{r}) d^3r. \tag{1}$$