Theoretische Physik: Elektrodynamik
Übungsblatt 11

Vorlesung: Matthias Kleinmann Übungen: Cornelia Spee, Michael Gaida, Jonathan Steinberg
Vorlesung: Di. 10–12 (D308) und Fr. 10–12 (D308)
Übungen: Fr. 8:30–10:00 (D115, B030)

Zu bearbeiten bis 2.7.2019

1. Totalreflexion [3+3+2 Punkte]

Eine elektromagnetische Welle falle aus einem Medium 1 kommend auf eine ebene Grenzfläche zu einem Medium 2. Letzeres sei optisch dünner ($n_2 < n_1$).

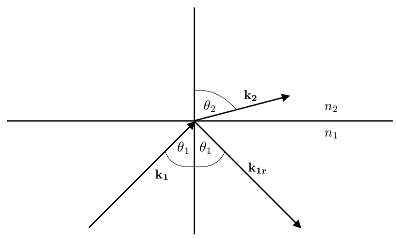
(i) Zeigen Sie, dass

$$\tan(\phi - \psi) = \frac{\cos\theta_1 \sqrt{\sin^2\theta_1 - \sin^2\theta_g}}{\sin^2\theta_1}, \tag{1}$$

wobei hier mit der Notation aus der Vorlesung gilt

$$\left(\frac{E_{01r}}{E_{01}}\right)_{\parallel} = e^{-2i\phi} \quad \text{und} \quad \left(\frac{E_{01r}}{E_{01}}\right)_{\perp} = e^{-2i\psi}. \tag{2}$$

Des Weiteren bezeichnet θ_1 den Einfallswinkel und θ_g den Grenzwinkel bei dem Totalreflexion ($\theta_2 = \pi/2$) auftritt.



Nehmen Sie im Folgenden an, dass für die einfallende Welle gilt $|E_{01}^{\perp}| = |E_{01}^{\parallel}|$.

(ii) Wie groß darf das Verhältnis n_2/n_1 sein, damit bei Totalreflexion eine zirkular polarisierte Welle entstehen kann?

(iiii) Unter welchem Winkel muss die Welle auf die Trennfläche auffallen, um bei gegebenen n_2/n_1 nach Totalreflexion zirkular polarisiert zu sein?

2. Inhomogene Wellengleichung [3+2 Punkte]

In der Vorlesung wurde die inhomogene Wellengleichung,

$$(\Delta - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})\,\Psi(\mathbf{r}, t) = -\sigma(\mathbf{r}, t) \tag{3}$$

mit Hilfe der Green'schen Funktion $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')$,

$$(\Delta_r - \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})\,G(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t') \tag{4}$$

und komplexer Integration gelöst.

Bitte wenden!

Versuchen Sie alternativ, die inhomogene Wellengleichung direkt zu integrieren.

(i) Zeigen Sie zunächst, dass sich die bekannte Beziehung,

$$\Delta \frac{1}{r} = -4\pi\delta(\mathbf{r}) \tag{5}$$

auf

$$(\Delta + k^2)\frac{e^{\pm ikr}}{r} = -4\pi\delta(\mathbf{r}) \tag{6}$$

verallgemeinern lässt.

(ii) Lösen Sie mit dem Ansatz

$$\begin{aligned}\Psi(\mathbf{r},t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\, \Psi_\omega(\mathbf{r})\, e^{-i\omega t} \\ \sigma(\mathbf{r},t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\, \sigma_\omega(\mathbf{r})\, e^{-i\omega t}\end{aligned} \tag{7}$$

die inhomogene Wellengleichung.

3. Bremsstrahlung [2 Punkte]

Ein Elektron nicht relativistischer Geschwindigkeit werde durch die Einwirkung einer seiner Geschwindigkeit entgegengerichteter externen Kraft nicht elektromagnetischer Natur innerhalb kurzer Zeit vollständig abgebremst.

Welcher Bruchteil der kinetischen Energie, die es vor Beginn der Abbremsung hatte, wird in elektromagnetische Strahlung überführt? Benutzen Sie für die Abbremsung das Modell

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0(1 - \alpha t/\mathrm{v}_0). \tag{8}$$

Hinweis: Verwenden Sie die Formel für die Leistung $P = -\frac{\mu_0 q^2 \dot{\mathbf{v}}^2}{6\pi c}$ aus der Vorlesung.

4. Phasengeschwindigkeit [3 Punkte]

Man betrachte die elektrische Dipolstrahlung einer räumlich begrenzten, zeitlich oszillierenden Strahlungsquelle. Man zeige für $\mathbf{B}_1(\mathbf{r},t)$, dass im Vakuum die Phasengeschwindigkeit größer als c ist.