

Statistische Physik

Übungsblatt 7

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne
Übungen: Florian Köppen, Tobias Moroder

Abgabe: Fr, 07. Juni 2013

1. Systemspezifikation (6 Punkte)

Betrachten Sie ein System mit den folgenden Spezifikationen:

- i) Die Arbeit bei einer Expansion von V_0 auf V bei konstanter Temperatur T_0 ist

$$\Delta W(T_0) = RT_0 \ln \frac{V}{V_0}. \quad (1)$$

- ii) Die Entropie des Systems ist gegeben durch

$$S = R \frac{V_0}{V} \left(\frac{T}{T_0} \right)^a. \quad (2)$$

Hierbei sind V_0, T_0 und $a \neq -1$ jeweils reelle Konstanten.

- (a) Wie erhalten Sie durch die Kenntnis des Differentials $df(x, y) = g_1(x, y)dx + g_2(x, y)dy$ mit $g_1 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y$ und $g_2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_x$ die Funktion $f(x, y)$?
- (b) Berechnen Sie die freie Energie $F = F(T, V)$ und den Druck $P = P(T, V)$.
- (c) Berechnen Sie die Arbeit $\Delta W(T)$ für die Ausdehnung von V_0 nach V bei einer beliebigen Temperatur T .

2. Drossel (5 Punkte)

Ein Gasvolumen V_1 unter dem Druck P_1 und der Temperatur T_1 wird mittels eines Stempels durch ein Drosselventil gedrückt. Der anschließende Zustand wird charakterisiert durch die Größen V_2, P_2 und T_2 . Der Prozess ist adiabatisch $\delta Q = 0$.

- (a) Welche Größe X bleibt während des Transports des Gases durch die Drossel konstant? Betrachten Sie hierzu die Energieerhaltung und bedenken Sie, dass der Vorgang adiabatisch ist.
- (b) Werden nun Anfangs- und Endzustand miteinander verglichen, so hat die Gasmenge eine Zustandsänderung erfahren. Insbesondere ist die differenzielle Temperaturänderung gegeben durch

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_X = \frac{1}{C_P} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V \right], \quad C_P = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P. \quad (3)$$

Diese Gleichung werden Sie auch in Kürze beweisen können. Sie bedeutet, dass sich abhängig vom Vorzeichen von $T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P - V$ das Gas erwärmen oder abkühlen kann. Der Punkt der Gleichheit wird Inversionspunkt genannt.

Untersuchen Sie, ob sich folgende Gase abkühlen können und bestimmen Sie gegebenenfalls den kritischen Druck $P(T)$ des Inversionspunkts:

- Ideales Gas mit der Zustandsgleichung

$$PV = NT \quad (4)$$

- Van-der-Waals-Gas mit der Zustandsgleichung ($a \geq 0, b > 0$ konstant)

$$\left(P + \frac{aN^2}{V^2} \right) (V - Nb) = NT \quad (5)$$