

Statistische Physik

Übungsblatt 2

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne

Übungen: Sönke Niekamp, Dr. Matthias Kleinmann, Do 8-10, Raum: D120

Abgabe: Di, 19. April 2011

1. Markow-Kette (5 Punkte)

Ein gewöhnlicher Würfel wird in festen Zeitintervallen Δt angestoßen, so dass er mit Wahrscheinlichkeit w auf eine der vier anliegenden Seiten fällt, oder aber mit Wahrscheinlichkeit $1 - w$ in seiner Position verharrt. Zu Beginn zeige der Würfel eine 1. Wir betrachten den asymptotischen Fall $\Delta t \rightarrow 0$ mit $w/\Delta t \rightarrow \omega$.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $p_k(t)$, dass der Würfel zur Zeit t den Wert $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ zeigt.
- Berechnen Sie die Shannon-Entropie des Würfels $S(t)$ sowie ihr Verhalten für $t\omega \ll 1$ und $t\omega \rightarrow \infty$.

2. Fehlersuche (2 Punkte)

Ein Skript mit 100 Seiten enthalte 33 Fehler, welche zufällig und unabhängig verteilt sind.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für mehr als einen Fehler auf einer bestimmten Seite?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei aufeinanderfolgende Seiten keinen Fehler aufweisen?

3. Tsallis-Entropie*

Die Tsallis-Entropie mit Parameter $q > 1$ für eine Verteilung $P = (p_k)$ ist gegeben durch

$$S_q(P) = [1 - \sum_k (p_k)^q] / (q - 1).$$

- Testen Sie Konkavität und Additivität für die Tsallis-Entropie.
- Berechnen Sie $\lim_{q \rightarrow 1} S_q(P)$.

4. Entropie von Messergebnissen*

Wir betrachten ein Spin-1-Teilchen in einem gemischten Zustand ϱ sowie Messungen der Spin-Ausrichtung J_x und J_z . Sei $S(\varrho)$ die von-Neumann-Entropie und $S(P_\ell)$ die Shannon-Entropie der Messergebnisse für die Messung J_ℓ .

- Berechnen Sie $S(P_x)$ sowie die Varianz $\Delta(J_x)$ für die 3 Eigenzustände von J_z .
- Sei ϱ beliebig. Wann gilt $S(P_x) + S(\varrho) = 0$?
- Bestimmen Sie ein $c > 0$, so dass für alle Zustände ϱ gilt $S(P_x) + S(P_z) \geq c$.