

Statistische Physik

Übungsblatt 12

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne
Übungen: Sönke Niekamp, Dr. Matthias Kleinmann, Do 8–10, Raum: D120

Abgabe: Di, 5. Juli 2011

1. Normalschwingungen einer linearen Kette (4 Punkte)

Wir betrachten eine lineare Kette aus $2N$ Teilchen, die abwechselnd Masse m_1 und Masse m_2 haben. Die Wechselwirkung jedes Teilchens beschränkt sich auf die beiden nächsten Nachbarn und wird als harmonisch angenommen. Alle Kopplungskonstanten seien gleich und wir betrachten periodische Randbedingungen.

- Stellen Sie die klassischen Bewegungsgleichungen auf.
- Bestimmen und skizzieren Sie die Dispersionsrelation $\omega(k)$.
- Eine Kette aus Teilchen gleicher Massen hat die Dispersionsrelation $\omega(k) = 2\sqrt{\kappa/m} |\sin(ka/2)|$, wobei κ die Kopplungskonstante und a der Gleichgewichtsabstand der Teilchen ist. Wie erhält man dieses Ergebnis aus (b)?

2. Ultrarelativistisches Elektronengas (3 Punkte)

Wir betrachten ein wechselwirkungsfreies Gas von Elektronen, für welches die mittlere kinetische Energie seiner Konstituenten deutlich größer ist als die Ruhemasse. Wir nehmen daher die Dispersionsrelation $\varepsilon_{\vec{p},\lambda} = c\|\vec{p}\|$ an.

- Bestimmen Sie pV/U .
- Berechnen Sie für $T = 0$ die mittlere Energie pro Teilchen U/N , ausgedrückt in der Fermienergie ε_F .

3. Photonenzahlen*

Wir bezeichnen den Erwartungswert $\langle \hat{n}_\lambda(\vec{k}) \rangle$ als *mittlere Photonenzahl* mit Polarisation λ und Wellenvektor \vec{k} .

- Berechnen Sie die mittlere *Gesamt*photonenzahl $\langle N \rangle = \sum_{\vec{k},\lambda} \hat{n}_\lambda(\vec{k})$ eines Photonengases der Temperatur T und des Volumen V .
- Mit diesem Ergebnis hat man formal $pV = xNkT$. Bestimmen Sie x und diskutieren Sie die Unterschiede zur Zustandsgleichung des idealen Gases.
- Berechnen Sie die Varianz der mittleren Photonenzahl $\langle \hat{n}_\lambda(\vec{k}) \rangle$.