# Statistische Physik
# Übungsblatt 11

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne
Übungen: Sönke Niekamp, Dr. Matthias Kleinmann, Do 8–10, Raum: D120

Abgabe: Di, 28. Juni 2011

1. **Bose-Einstein-Kondensation in 2D** (4 Punkte)
   Zeigen Sie, dass beim idealen Bose-Gas mit Einteilchenenergien $\varepsilon(\vec{k}) = \hbar^2 \vec{k}^2/(2m)$ in zwei Dimensionen keine Bose-Einstein-Kondensation auftritt.

   Hinweis: Berechnen Sie die kritische Temperatur $T_c$. Es gilt

$$g_\alpha(z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty \mathrm{d}x \, \frac{x^{\alpha-1}}{z^{-1}\mathrm{e}^x - 1} = \sum_{k=1}^\infty \frac{z^k}{k^\alpha}.$$

2. **Chemisches Potential idealer Quantengase** (2 Punkte)
   Wie verhält sich das chemische Potential (a) eines idealen Bose-Gases, (b) eines idealen Fermi-Gases, wenn bei festgehaltener Teilchendichte die Temperatur gegen $\infty$ strebt?

3. **Pauli-Paramagnetismus***
   Wir betrachten ein Gas freier Elektronen in drei Dimensionen in einem homogenen Magnetfeld. Dabei vernachlässigen wir die Spin-Bahn-Kopplung.

   (a) Was ist die Zustandsdichte für Elektronen mit Spin-$\uparrow$ (Spin-$\downarrow$)?

   (b) Berechnen Sie die Magnetisierung zunächst für $T = 0$. Sie dürfen dabei nach dem Magnetfeld entwickeln und Terme quadratischer Ordnung vernachlässigen.

   (c) Berechnen sie die Magnetisierung nun für nichtverschwindende Temperatur. Dazu benötigen Sie die Sommerfeld-Entwicklung

$$\int_{-\infty}^\infty \mathrm{d}\varepsilon \, g(\varepsilon) \frac{1}{\mathrm{e}^{(\varepsilon-\mu)/(k_B T)} + 1} = \int_{-\infty}^\mu \mathrm{d}\varepsilon \, g(\varepsilon) + \frac{\pi^2}{6}(k_B T)^2 g'(\mu) + \mathcal{O}(k_B T)^4.$$