

# Statistische Physik

## Übungsblatt 1

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne

Übungen: Sönke Niekamp, Dr. Matthias Kleinmann, Do 8-10, Raum: D120

Abgabe: Di, 12. April 2011

### 1. Dichtematrizen (4 Punkte)

Wir untersuchen folgende Schar von Matrizen:

$$\varrho(\lambda, \mu) = \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 & 1/8 \\ 0 & \lambda & i/4 & 0 \\ 0 & -i/4 & 1/5 & 0 \\ 1/8 & 0 & 0 & 1/8 \end{pmatrix}.$$

- Geben Sie den Bereich für  $\mu$  und  $\lambda$  an, so dass  $\varrho(\lambda, \mu)$  eine Dichtematrix ist.
- Sei  $\varrho(\lambda, \mu)$  nun die gemeinsame Dichtematrix zweier Spin-1/2-Systeme. Wie lauten die reduzierten Dichtematrizen  $\varrho_A$  und  $\varrho_B$  für die einzelnen Spins? Wann gilt  $\varrho = \varrho_A \otimes \varrho_B$ ?

### 2. Superposition und Mischung (3 Punkte)

Sei  $\varrho = |\psi^-\rangle\langle\psi^-|$  die Dichtematrix des Singulett-Zustandes ( $|\psi^-\rangle = (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$ ) und  $\varrho' = (|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow|)/2$  die Mischung von  $|\uparrow\downarrow\rangle$  und  $|\downarrow\uparrow\rangle$ .

- Zeigen Sie, dass keine unitäre Transformation  $U$  mit  $\varrho = U\varrho'U^\dagger$  existiert.
- Berechnen Sie die Erwartungswerte der Observablen  $\sigma_x \otimes \sigma_x$ ,  $\sigma_y \otimes \sigma_y$  und  $\sigma_z \otimes \sigma_z$  jeweils für die Dichtematrizen  $\varrho$  und  $\varrho'$ .

### 3. Geburtstagsparadoxon\*

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Marsianer aus einer Gruppe von  $M$  Marsianern am gleichen Tag Geburtstag haben? (Das Marsjahr hat ca. 670 Marstage.)

### 4. Triell\*

Drei Schützen schießen reihum aufeinander. Der erste Schütze trifft mit 50% Wahrscheinlichkeit, der zweite mit 80% und der dritte immer; das Ziel bestimmen die Schützen selbst. Berechnen Sie die Chancen jedes Schützen zu überleben bei jeweils den folgenden Strategien:

- Jeder Schütze schießt immer auf den stärksten Gegner.
- Wie (a), jedoch schießt der erste Schütze in die Luft solange er noch zwei Gegner hat.