

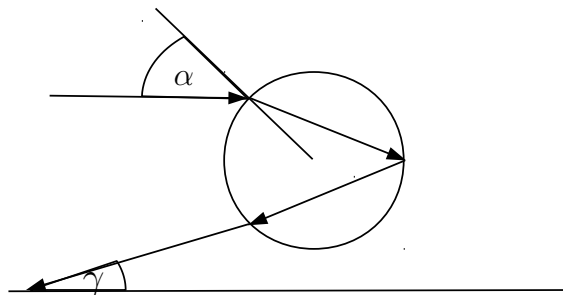
Abgabe des Übungsblattes: Dienstag, 01. Juli 2014

### 31. Brechungsgesetz aus dem Fermatschen Prinzip

Das Fermatsche Prinzip besagt, dass Lichtstrahlen zwischen zwei Punkten P und P' so laufen, dass der optische Weg  $\Delta S$  extremal ist. Leiten Sie hieraus das Brechungsgesetz ab.

(2 Punkte)

### 32. Regenbogen



Ein Regenbogen entsteht durch Brechung und Reflexion von Sonnenstrahlen an Wassertropfen. Die einmalige Reflexion innerhalb des Tropfens führt zum Hauptbogen. Das Sonnenlicht (S) kommt waagrecht von links und trifft mit allen möglichen Einfallswinkeln  $\alpha$  auf die Tropfenoberfläche. Relativ zur Einfallsrichtung (Horizontale) wird der Strahl schließlich unter dem Winkel  $\gamma$  beobachtet. Zu einer deutlichen Verstärkung kommt es, wenn ein (kleines)  $\alpha$ -Intervall zum selben Beobachtungswinkel  $\gamma = \gamma(\alpha)$  beiträgt; aus der Bedingung hierfür  $d\gamma/d\alpha = 0$  folgt der Winkel  $\gamma_{\text{extr}}$ . Der Regenbogen erscheint dann als Kreis, der unter dem Winkel  $\gamma_{\text{extr}}$  relativ zur Achse Sonne-Beobachter-Kreismitelpunkt zu sehen ist. Der Brechungsindex von Luft ist  $n \approx 1$ , der von Wasser liegt bei  $n \approx 1.33$ . Wegen der Frequenzabhängigkeit  $n = n(\omega)$  sind die Winkel  $\gamma_{\text{extr}}$  für verschiedene Farben leicht unterschiedlich. Bestimmen Sie die Beobachtungswinkel  $\gamma_{\text{extr}}$  für den Hauptbogen. Wie ist die Farbfolge des Hauptbogens, wenn die Brechungsindizes für rotes und violetteres Licht  $n_{\text{rot}} = 1.331$  und  $n_{\text{violett}} = 1.334$  betragen?

(3 Punkte)

### 33. Ortsabhängiger Brechungsindex

In einem Medium nimmt der Brechungsindex in  $y$ -Richtung linear zu:

$$n(\vec{r}) = n(y) = n_0 + n_1 y \quad (n_0 > 0, n_1 > 0)$$

Wie verläuft ein Lichtstrahl in der  $xy$ -Ebene, der vom Ursprung zum Punkt  $(x_0, 0)$  führt? Verwenden Sie das Fermatsche Prinzip. Diskutieren Sie insbesondere den realistischen Fall  $n_1 x_0 \ll n_0$ .

(4 Punkte)

**Hinweis:** Falls die Funktion  $F = F(y, y')$  die Euler-Lagrange-Gleichung erfüllt und nicht explizit von  $x$  abhängt, dann ist  $y' \cdot \partial F / \partial y' - F$  eine Erhaltungsgröße.