Theoretische Elektrodynamik

Blatt 09

Abgabe des Übungsblattes: Dienstag, 24. Juni 2014

28. Verhinderung von Totalreflexion

Auf ein Medium 3 ($\varepsilon_r^{(3)}, \mu_r^{(3)} = 1$) sei eine dünne Schicht eines Mediums 2 ($\varepsilon_r^{(2)}, \mu_r^{(2)} = 1$) aufgetragen. Diese soll so beschaffen sein, dass eine senkrecht aus dem Medium 1 ($\varepsilon_r^{(1)}, \mu_r^{(1)} = 1$) einfallende monochromatische ebene Welle ohne Reflexion ins Medium 3 übertritt. Bei allen Medien handele es sich um Isolatoren ($\sigma_f = 0, j_f = 0$). Berechnen Sie den Brechungsindex n_2 und die Dicke d dieser Vergütungsschicht.

(3 Punkte)

29. Entstehung von zirkular polarisiertem Licht durch Totalreflexion

Eine elektromagnetische Welle falle aus einem Medium 1 kommend auf eine ebene Grenzfläche zu einem Medium 2. Letzteres sei optisch dünner $(n_2 < n_2)$.

(a) Wie groß darf das Verhältnis n_2/n_1 höchstens sein, damit bei Totalreflexion eine zirkular polarisierte Welle entstehen kann?

(2 Punkte)

(b) Unter welchem Winkel muss die Welle auf die Trennfläche auffallen, um bei gegebenem n_2/n_1 nach Totalreflexion zirkular polarisiert zu sein?

(1 Punkt)

30. Reflexion an einer leitenden Fläche

In einem leitenden Material mit Leitwert σ propagiere eine monochromatische ebene elektromagnetische Welle in die positive z-Richtung. Die Polarisation zeige in x-Richtung. Frequenz und elektrische bzw. magnetische Amplituden seien mit ω , E_0 und B_0 bezeichnet. Die Wellengleichungen lauten in diesem Fall

$$\Delta \vec{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} + \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}, \quad \Delta \vec{B} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B} + \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}$$

(a) Geben Sie einen Ansatz für \vec{E} und \vec{B} an. Geben Sie k^2 als Funktion von ε , μ , σ und ω an. Berechnen Sie mittels der Maxwell-Gleichung $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t$ den Zusammenhang zwischen elektrischer und magnetischer Amplitude.

Hinweis: Wegen der Dämpfungsterme wird der Wellenvektor \vec{k} komplex.

(2 Punkte)

- (b) Überprüfen Sie, dass die elektromagnet. Welle in Ausbreitungsrichtung gedämpft wird. (1 Punkt)
- (c) Die x-y-Ebene bilde eine Grenzfläche zwischen einem nichtleitenden Medium (ε_1, μ_1) für z < 0 und einem Leiter $(\varepsilon_1, \mu_1, \sigma_2 \neq 0)$ für z > 0. Eine ebene elektromagnetische Welle mit Frequenz ω , Wellenvektor \vec{k}_1 , Amplitude E_q , die in x-Richtung polarisiert

ist, propagiert in die positive z-Richtung und fällt somit senkrecht auf die Grenzfläche. Geben Sie Ansätze für die einfallenden, reflektierten und gebrochenen elektrischen und magnetischen Felder an (benützen Sie die obigen Resultate für die letzteren).

(1 Punkt)

(d) Für eine senkrecht auf die Grenzschicht auftreffende elektromagnetische Welle lauten die relevanten Randbedingungen

$$\vec{E}_1^{\shortparallel} - \vec{E}_2^{\shortparallel} = 0, \quad \frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1^{\shortparallel} - \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_2^{\shortparallel} = 0$$

Berechnen Sie hieraus die resultierenden Fresnel-Gleichungen, d.h. die Amplituden E_{0R} und E_{0T} in Abhängigkeit von E_1 und den Materialkonstanten. Was geschieht im Limes unendlich großer Leitfähigkeit?

(2 Punkte)