

Abgabe des Übungsblattes: Dienstag, 27. Mai 2014

18. Das magnetische Moment einer rotierenden Kugel

Beweisen Sie, dass das magnetische Moment für eine homogen geladene Vollkugel (Radius R , Ladung Q), die mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine raumfeste Achse durch den Kugelmittelpunkt rotiert, gegeben ist durch

$$\vec{m} = \frac{1}{5}QR^2\vec{\omega}. \quad (1)$$

(3 Punkte)

19. Amperemeter

Ein kleiner Permanentmagnet (Dipolmoment μ) ist bei $\vec{d} = d\vec{e}_x$ so gelagert, dass er sich innerhalb der x - y -Ebene frei drehen kann. Auf den Magnet wirkt ein homogenes Magnetfeld $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_x$. In welche Richtung zeigt $\vec{\mu}$ im Gleichgewicht? In welchem Winkel α zur x -Achse zeigt $\vec{\mu}$ im Gleichgewicht, wenn es zusätzlich noch einen Draht mit der Stromdichte $\vec{j} = I\delta(x)\delta(y)\vec{e}_z$ gibt?

(2 Punkte)

20. Koaxialkabel

Ein Koaxialkabel bestehe aus einem langen Draht mit Radius a in einem langen Hohlzylinder mit Innenradius b ($b > a$). Draht und Zylinder seien konzentrisch zur z -Achse. In diesem Fall sind elektromagnetische Wellen dispersionslos, d.h. $\omega = ck$. E - und B -Feld in Zylinderkoordinaten r , φ , z seien gegeben durch:

$$\vec{E} = \frac{E_0 \cos(kz - \omega t)}{r} \vec{e}_r, \quad \vec{B} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} E_0 \cos(kz - \omega t)}{r} \vec{e}_\varphi, \quad (2)$$

(a) Zeigen Sie, dass diese Felder die Maxwellgleichungen sowie die Randbedingungen für einen Wellenleiter erfüllen (Tangentialkomponente von \vec{E} und Normalkomponente von \vec{B} verschwinden auf dem Rand). (2 Punkte)

(b) Finden Sie die Längenladungsdichte $\lambda(z, t)$ des inneren Drahtes. (1 Punkt)

(c) Finden Sie den Strom im inneren Draht. (1 Punkt)

21. Vektorpotential

Durch

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \alpha(x - ct)^2 \vec{e}_z; \quad \Phi(\vec{r}, t) \equiv 0 \quad (\alpha > 0) \quad (3)$$

seien die elektromagnetischen Potentiale im Vakuum definiert. Berechnen Sie die Feldenergiegedichte $w(\vec{r}, t)$ und den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r}, t)$.

(2 Punkte)