Prof. Dr. O. Gühne S. Kränkl, Ch. Ritz & S. Wölk

SS 2014 Theoretische Elektrodynamik Blatt 03

Abgabe des Übungsblattes: Dienstag, 06. Mai 2011

9. Legendre-Gleichung

Lösen Sie die (gewöhnliche) Legendre-Gleichung

$$(1-x^2)f''(x) - 2xf'(x) + \ell(\ell+1)f(x) = 0 \qquad \ell \in \mathbb{N}_0 \tag{1}$$

mit dem Potenzreihenansatz

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \tag{2}$$

indem Sie eine Rekursionsformel für die Koeffizienten a_k herleiten. Zeigen Sie damit, dass die beiden linear unabhängigen Lösungen aus einem Polynom ℓ-ten Grades (Legendre-Polynom) und einer nicht abbrechenden Potenzreihe (Legendre-Funktion 2. Art) bestehen.

(2 Punkte)

10. Elektrostatisches Randwertproblem 1

Das Volumen

$$V = \{\vec{r} : 0 \leq x \leq \infty,\ 0 \leq y \leq \infty,\ -\infty \leq z \leq \infty\} \tag{3}$$

ist bei $x = 0$ und $y = 0$ durch geerdete Metallplatten begrenzt. Eine Punktladung q befindet sich innerhalb des Volumens V.

(a) Bestimmen Sie das Potenzial $\Phi(\vec{r})$ innhalb des Volumens V mit Hilfe der Bildladungsmethode.

(2 Punkte)

(b) Berechnen Sie die Flächenladungsdichte und die Gesamtladung auf den Platten.

(4 Punkte)

11. Elektrostatisches Randwertproblem 2

Auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius R sei das Potential $\Phi(R, \theta, \phi) = \Phi_0 \cos\theta$ gegeben.

(a) Berechnen Sie das Potential innerhalb und außerhalb der Kugel. Machen Sie zur Lösung der Laplacegleichung einen Separationsansatz $\Phi(r, \theta, \phi) = f(r)\cos\theta$ und ermitteln Sie die Lösung der resultierenden Differentialgleichung für $f(r)$ mit Hilfe eines Potenzansatzes. Welche Randbedingungen sind for $r = 0$ und $r \to \infty$ zu fordern? (3 Punkte)

(b) Berechnen Sie die Flächenladungsdichte auf der Kugeloberfläche. (1 Punkt)

Hinweis: induzierte Flächenladungsdichte: $\sigma = \varepsilon_0 \vec{n}\vec{E} = \varepsilon_0 \left(\frac{\partial \Phi_{\text{in}}}{\partial r} - \frac{\partial \Phi_{\text{out}}}{\partial r}\right)$