# Theoretische Mechanik Übungsblatt 13

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne Übungen: Martin Hofmann, Florian Köppen, Dr. Matthias Kleinmann Übungen: Freitags 8 Uhr Abgabe: Di, 22. Jan. 2013

#### 1. **Paradox** (3 Punkte)

Ein Raupenfahrzeug der Länge L fährt mit der Geschwindigkeit  $v = \sqrt{3}/2c$  über einen Rost. Bestimmen Sie das maximale Länge der Lücken zwischen den Latten des Rosts, so dass das Fahrzeug nicht durch den Rost fällt. Rechnen Sie im Bezugssystem des Rosts sowie dem des Fahrzeugs. Warum erhalten Sie unterschiedliche Werte? Wie kann man den Widerspruch auflösen?

## 2. Formalismus (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Summe zweier Vektoren im Minkowskiraum zeit-, licht- oder raumartig sein kann, unabhängig davon, ob die ursprünglichen Vektoren zeit-, licht- oder raumartig sind.

#### 3. Doppler-Effekt (4 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass der Wellenvektor  $k_{\mu} = (\omega/v, \vec{k})_{\mu}$  eine kovariante Größe ist, d.h., dass sein Transformationsverhalten kovariant ist. (Betrachten Sie dazu zunächst das Transformationsverhalten des Abstands zweier Wellentäler  $x_{\mu}$ . Wie transformiert sich nun  $k_{\mu}$ ?)
- (b) Welche Frequenz  $\omega'$  misst ein Beobachter, der sich in z-Richtung mit der Geschwindigkeit  $\beta$  bewegt?

#### 4. Zusatzaufgabe 1: Paarerzeugung

Ein schnelles Proton prallt auf ein ruhendes Proton. Dabei entsteht ein Proton-Antiproton-Paar, nach dem Aufprall sind es also 4 Teilchen gleicher Masse m. Welchen Impuls hatte das aufprallende Proton mindestens (im Laborsystem)?

### 5. Zusatzaufgabe 2: Rakete

Eine Rakete mit anfänglicher Masse  $m(0) = m_0$  und Geschwindigkeit v(0) = 0 stößt mit der Rate  $\dot{m} = -\mu$  Materie aus. Im Bezugssystem der Rakete ist die Geschwindigkeit  $v_g < c$  der ausströmenden Materie konstant. Berechnen Sie unter Berücksichtigung der speziellen Relativitätstheorie die Geschwindigkeit der Rakete v(t) zur Zeit t > 0.

*Hinweis:* Starten Sie von  $p^2 = m^2 c^4$  und betrachten Sie infinitesimale Zeitschritte dt.