

Theoretische Mechanik

Übungsblatt 10

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne
Übungen: Martin Hofmann, Florian Köppen, Dr. Matthias Kleinmann
Übungen: Freitags 8 Uhr
Abgabe: Di, 18. Dez. 2012

1. Hamilton-Jacobi (6 Punkte)

Wir betrachten den eindimensionalen harmonischen Oszillator,

$$H = [p^2 + m^2\omega^2q^2]/2m.$$

- Stellen Sie die Hamilton-Jacobi-Gleichung auf und berechnen Sie formal $S(q)$ (das Integral müssen Sie nicht durchführen).
- Verwenden Sie nun $\partial S/\partial E = \beta = \text{const.}$, um mittels Integration und Auflösen nach q den bekannten Ausdruck für $q(t)$ zu erhalten. Interpretieren Sie β .
- Bestimmen Sie aus S nun $p(q)$ und damit $p(t)$.

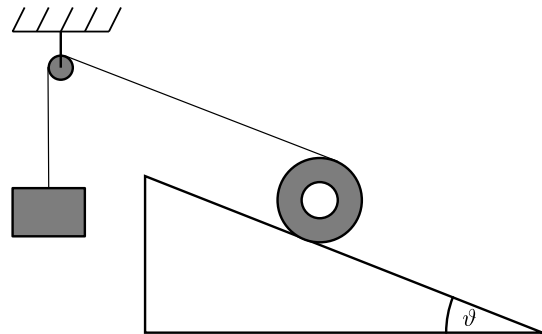
2. Trägheitsellipsoid (3 Punkte)

Wie müssen sich Länge und Höhe eines massiven Zylinders zueinander verhalten, damit sein Trägheitsellipsoid eine Kugel ist?

3. Zylinder am Seil (6 Punkte)

Ein hohler Zylinder mit Masse m , Länge ℓ , Innenradius r und Außenradius R rollt geradewegs und ohne Schlupf eine schiefe Ebene hinab. Dabei wird ein Seil ab- bzw. aufgerollt, welches mit einem Faden an einem Gewicht mit Masse M verbunden ist (siehe Skizze).

Hinweis: Ignorieren Sie das Trägheitsmoment der Umlenkrolle.



- Geben Sie die Geschwindigkeit $v(t)$ für einen anfänglich ruhenden Zylinder an.
- Wie müssen Sie (bei festem Außenradius R) den Innenradius r wählen, damit der Zylinder am schnellsten rollt?
- Stellen Sie ein Bilanz der Kräfte und Drehmomente auf.