

Theoretische Mechanik

Übungsblatt 9

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne
Übungen: Martin Hofmann, Florian Köppen, Dr. Matthias Kleinmann
Übungen: Freitags 8 Uhr
Abgabe: Di, 11. Dez. 2012

1. Poisson-Klammern (5 Punkte)

- (a) Seien f , g und h Phasenraumfunktionen und wir definieren $d_g: f \mapsto \{f, g\}$. Zeigen Sie, dass
- (i) $d_g(f + h) = (d_g f) + (d_g h)$,
 - (ii) $d_g(fh) = fd_g h + (d_g f)h$ und
 - (iii) $d_g(\phi(f)) = \phi'(f)d_g f$, wobei $\phi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine gutmütige Funktion ist.
- (b) Beweisen Sie die Jacobi-Identität

$$\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0.$$

2. Drehimpuls im Phasenraum (4 Punkte)

- (a) Betrachten Sie die Hamiltonfunktion $H = \vec{p}^2/2m + V(|\vec{r}|)$ in drei Dimensionen. Zeigen Sie unter Verwendung der Poisson-Klammer, dass dann Drehimpulserhaltung gilt.
- (b) Berechnen Sie $\{L_i, L_j\}$ für die Drehimpulskomponenten. Können zwei Drehimpulskomponenten als unabhängige kanonische Variablen gewählt werden?
- (c) Gibt es ein System, in dem L_x und L_y erhalten sind, ohne dass L_z erhalten ist?

3. Kanonische Transformation (7 Punkte)

Wir betrachten die Hamiltonfunktion

$$H = \frac{1}{2q^2} + \frac{1}{2}p^2q^4.$$

- (a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für q auf.
- (b) Finden Sie eine kanonische Transformation, welche H auf die Form eines harmonischen Oszillators bringt.
- (c) Zeigen Sie, dass die Lösungen der transformierten Koordinaten eine Lösung zu (a) sind.