

# Theoretische Mechanik

## Übungsblatt 6

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne  
Übungen: Martin Hofmann, Florian Köppen, Dr. Matthias Kleinmann  
Übungen: Freitags 8 Uhr  
Abgabe: Di, 20. Nov. 2012

### 1. Kettenlinie (5 Punkte)

Ein Seil der Länge  $\ell$  und Massendichte  $\mu$  ist zwischen zwei Punkten mit Abstand  $L$  gespannt. Die beiden Punkte befinden sich auf gleicher Höhe, ansonsten hängt das Seil frei im Schwerfeld. Zeigen Sie mithilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen, dass die Kurve des Seils durch  $y(x) = c_1 \cosh(c_2 x)$  gegeben ist ( $x = 0$  in der Mitte zwischen beiden Verankerungen). Was ändert sich, wenn die Verankerungen nicht auf gleicher Höhe sind?

*Hinweise:* Parametrisieren Sie die Kurve  $(x(s), y(s))$  entlang des Seils. Dann hat die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$  des Seils eine einfache Form, da  $\mu$  nicht von  $s$  abhängt. Schreiben Sie nun z.B.  $ds = f(y')dx$  mit geeignetem  $f$  und finden Sie die Funktion  $y(x)$ , welche  $E_{\text{pot}}$  minimiert.

### 2. Kegel (4 Punkte)

Ein Massepunkt bewegt sich unter dem Einfluss des Schwerfelds reibungsfrei auf der Innenseite eines nach oben geöffneten (Öffnungswinkel  $\alpha$ ), aufrecht stehenden Kreiskegels.

- Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten und stellen Sie die Lagrange-Gleichungen 2. Art auf.
- Finden Sie die zyklischen Koordinaten und geben Sie die zugehörigen Erhaltungsgrößen an.

### 3. Rotierender Ring (8 Punkte)

Ein Massepunkt bewegt sich im Schwerfeld auf einem aufrecht stehenden Ring. Der Ring rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die senkrechte Achse.

- Verfahren Sie wie in Aufgabe 2a) und 2b).
- Finden Sie die stationären Lösungen. Unter welchen Umständen treten weitere Lösungen auf?
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen um die jeweiligen stationären Punkte. Welche der stationären Punkte sind also stabil gegen kleine Störungen?