

Theoretische Mechanik

Übungsblatt 10

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne

Übungen: Felix Matuschke, Daniel Andreas Schmitz, Jochen Szangolies, Dr. Matthias Kleinmann

Übungen: Freitags 8 Uhr

Abgabe: Di, 20. Dez. 2011

1. Legendre-Transformation (II) (5 Punkte)

Betrachten Sie die Lagrange-Funktion

$$L = \frac{m}{2}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 - \frac{m\omega^2}{2}(q_1 - q_2)^2.$$

- Stellen Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen auf.
- Versuchen Sie die Hamiltonfunktion $H(q_1, q_2; p_1, p_2)$ aufzustellen. Falls es Ihnen gelingt, bearbeiten Sie (c), andernfalls (c').
- Vergleichen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen mit (a).
- Warum kann man hier keine Hamiltonfunktion aufstellen?

2. Hamilton-Jacobi (8 Punkte)

Wir betrachten den eindimensionalen harmonischen Oszillator,

$$H = [p^2 + m^2\omega^2q^2]/2m.$$

- Stellen Sie die Hamilton-Jacobi-Gleichung auf und berechnen Sie formal $S(q)$ (das Integral müssen Sie nicht durchführen).
- Verwenden Sie nun $\partial S/\partial E = \beta = \text{const}$, um mittels Integration und Auflösen nach q den bekannten Ausdruck für $q(t)$ zu erhalten. Interpretieren Sie β .
- Bestimmen Sie aus S nun $p(q)$ und damit $p(t)$.

3. Rollender Zylinder (5 Punkte)

Ein hohler Zylinder mit Masse m , Länge ℓ , Innenradius r und Außenradius R rollt im Schwerfeld geradewegs eine schiefe Ebene hinab.

- Berechnen Sie zunächst das Trägheitsmoment des Zylinders.
- Geben Sie die Geschwindigkeit $v(t)$ für einen anfänglich ruhenden Zylinder an.
- Wie müssen Sie (bei festem R) r wählen, damit der Zylinder am schnellsten rollt?