

Theoretische Mechanik

Übungsblatt 5

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne

Übungen: Felix Matuschke, Daniel Andreas Schmitz, Jochen Szangolies, Dr. Matthias Kleinmann

Übungen: Freitags 8 Uhr

Abgabe: Di, 14. Nov. 2011

1. Lineare Kette (10 Punkte)

Betrachten Sie n Teilchen der Masse m auf eine linearen Kette (eindimensionales Problem). Jedes Teilchen erzeuge lokal ein Potential der Form

$$V(r) = \kappa [(a/r)^{12} - (a/r)^6]$$

mit gewissen Konstanten κ und a . Berücksichtigen Sie nur die Wirkung eines Teilchens auf seine jeweils nächsten Nachbarn.

- (a) Bestimmen Sie das Gesamtpotential $V(x_1, \dots, x_n)$ und geben Sie die Ruhelage der Teilchen an.
- (b) Betrachten Sie nun den Fall kleiner Auslenkungen um die Ruhelage (harmonische Näherung). Wie lauten die Bewegungsgleichungen in Matrixform?
- (c) Zeigen Sie, dass die neuen Koordinaten

$$x'_k = \sqrt{2/n} \sum_{j=1}^{n-1} \sin(k j \pi/n) (x_j - x_{j+1})$$

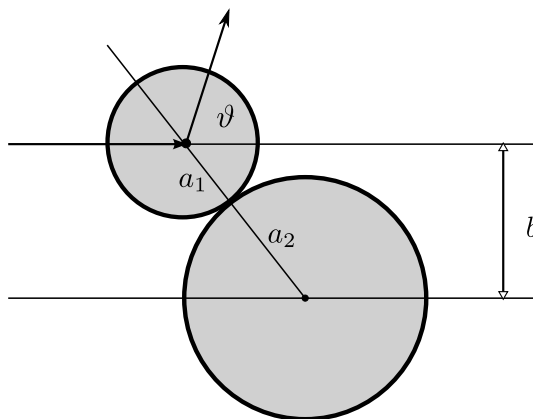
für $k = 1, \dots, (n-1)$ orthogonal sind. Bestimmen Sie den fehlenden Vektor x'_n um die Basis zu komplettieren.

- (d) Berechnen Sie nun mithilfe der Basis x'_k die Eigenfrequenzen des Systems.

2. Elastischer Stoß (7 Punkte)

Zwei harte Kugeln mit Massen m_i und Radien a_i stoßen elastisch. Wählen Sie ein Bezugssystem in dem die zweite Kugel ruht.

- (a) Geben Sie für die erste Kugel den Stoßparameter $b(\vartheta)$ als Funktion des Streuwinkels ϑ an.
- (b) Berechnen Sie die Impulse der beiden Kugeln nach dem Stoß in Abhängigkeit des Stoßparameters b . (Es gibt Vorwärts- und Rückwärtsstreuung.)
- (c) Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt für die Vorwärtsstreuung ($\vartheta \leq \pi/2$)



$$\sigma = 2\pi \int \frac{b(\vartheta)}{\sin \vartheta} b'(\vartheta) d\cos \vartheta.$$