

Theoretische Mechanik

Übungsblatt 4

Vorlesung: Prof. Dr. Otfried Gühne

Übungen: Felix Matuschke, Daniel Andreas Schmitz, Jochen Szangolies, Dr. Matthias Kleinmann

Übungen: Freitags 8 Uhr

Abgabe: Di, 7. Nov. 2011

1. Ellipse (4 Punkte)

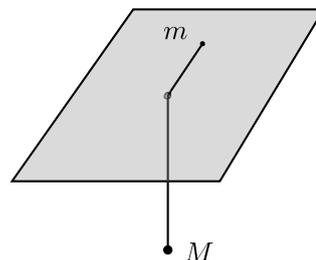
Zeigen Sie für die Gleichung

$$k = (1 + \varepsilon \cos \varphi) r(\varphi),$$

dass abhängig vom Parameter ε eine Ellipse ($x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$), Parabel oder Hyperbel ($x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$) entsteht. Bestimmen Sie jeweils a und b . Skizzieren Sie Ellipse, Parabel und Hyperbel.

2. Zentralpotential (6 Punkte)

Zwei Massen M und m sind durch ein masseloses Seil verbunden. Die Masse m kann sich nur in der x - y -Ebene bewegen, $z \equiv 0$, während die Masse M sich nur in der z -Richtung bewegt, $x \equiv 0 \equiv y$. Das Seil ist durch ein Loch in der x - y -Ebene geführt; auf die Masse M wirkt die Gewichtskraft gM . (Nehmen Sie die Massen als punktförmig an und vernachlässigen Sie Reibung etc.)



- Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die Masse m in Zylinderkoordinaten auf.
Hinweis: Beachten Sie, dass beide Massen Trägheit besitzen.
- Überprüfen Sie, ob die auf die Masse m wirkende Kraft konservativ ist und geben Sie das effektive Potential V_{eff} an, so dass $m\ddot{r} = -d_r V_{\text{eff}}(r)$.
- Überzeugen Sie sich, dass Kreisbahnen gültige Lösungen sind. Nehmen Sie nun an, die Kreisbahn wird geringfügig gestört. Zeigen Sie, dass dann die neue Bahn mit der Frequenz ω um die ursprüngliche Bahn schwankt. Bestimmen Sie ω .