Versuchsanleitung zum F-Praktikum

Laserspektroskopie am Rubidium

Christian Schneider

Fassung: 8. Januar 2007

Prof. Dr. Christof Wunderlich
Fachbereich 7 – Physik
Universität Siegen

Die Abbildungen 27, 28 und 29 wurden uns freundlicherweise von der Toptica Photonics AG zur Verfügung gestellt. Vielen Dank dafür!

Inhaltsverzeichnis

1. Emission, Absorption und Linienbreiten

Im Folgenden werden die Arten der Emission und Absorption sowie die für den Versuch maßgeblichen Verbreiterungsmechanismen von Linienprofilen kurz vorgestellt. Details und Herleitungen finden sich in Abschnitt A. Dieser Abschnitt orientiert sich an [Dem00, Kapitel 2], weswegen im Folgenden auf Einzelverweise auf diese Quelle verzichtet wird.

1.1. Absorption, induzierte und spontane Emission

Ein Atom mit zwei Energieniveaus E_1 und E_2 wird in ein Strahlungsfeld gebracht, das eine spektrale Energiedichte $\varrho(\nu)$ hat, die der Planck'schen Strahlungsformel

$$\varrho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{1.1}$$

folgt, wobei ν die Frequenz, h das Planck'sche Wirkungsquantum, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit, k die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur bezeichnen. Ein Photon mit der Frequenz ν kann das Atom dann in den höherenergetischen Zustand E_2 anregen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$h\nu = E_2 - E_1.$$

Die Wahrscheinlichkeit P_{12}, dass das Atom innerhalb einer Zeiteinheit angeregt wird, ist dabei proportional zu der spektralen Energiedichte:

$$P_{12} = B_{12}\varrho(\nu). \tag{1.2}$$

Die auftretende Proportionalitätskonstante B_{12} ist der *Einstein-Koeffizient der induzierten Absorption* und hängt nur von der Beschaffenheit des Atoms ab.

Analog kann ein Photon der Frequenz ν das Atom dazu bewegen, den angeregten Zustand E_2 unter Emission eines Photons der Frequenz ν zu verlassen und in den Zustand E_1 zurückzukehren. Die Wahrscheinlichkeit P_{21} für diese *induzierte Emission* ist ebenfalls proportional zu der spektralen Energiedichte des Strahlungsfeldes:

$$P_{21} = B_{21}\varrho(\nu) \tag{1.3}$$

Die Proportionalitätskonstante B_{21}, die wieder nur von atomspezifischen Eigenschaften abhängt, nennt man *Einstein-Koeffizient der induzierten Emission*.

Neben der induzierten Emission gibt es eine weitere Möglichkeit, wie ein angeregtes Atom unter Aussendung eines Photons der Frequenz ν abgeregt werden kann: die sogenannte *spontane Emission*. Diese ist unabhängig von äußeren Einflüssen, wie z.B. dem Strahlungsfeld, und hängt nur von der Beschaffenheit des Atoms ab. Somit ist die Wahrscheinlichkeit $P_{21}^{(\mathrm{sp})}$, dass ein angeregtes Atom spontan abgeregt wird

$$P_{21}^{(\mathrm{sp})} = A_{21}. \tag{1.4}$$

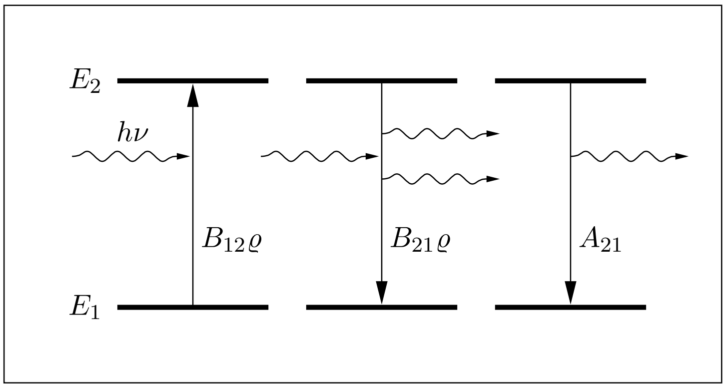

Abbildung 1: Absorption, induzierte und spontane Emission am Beispiel eines Zwei-Niveau-Systems

A_{21} ist folglich der *Einstein-Koeffizient der spontanen Emission*. Diese drei Möglichkeiten der Absorption bzw. Emission sind in Abbildung 1 skizziert.

Es werden nun eine große Anzahl Atome mit Teilchendichte N im Stahlungsfeld betrachtet, von denen sich N_i im Zustand i befinden. Im stationären Fall muss die Absorptionsrate gleich der Emissionsrate sein. Mit Gleichungen (1.2) bis (1.4) ergibt sich:

$$\begin{aligned} N_1 P_{12} &\stackrel{!}{=} N_2 \left(P_{21} + P_{21}^{(\mathrm{sp})} \right) \\ \Longleftrightarrow \quad N_1 B_{12} \varrho &= N_2 B_{21} \varrho + N_2 A_{21}. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Im thermischen Gleichgewicht erhalten wir außerdem aus der Boltzmann-Statistik

$$N_i = \frac{g_i N}{Z} e^{-E_i/kT}. \tag{1.6}$$

Dabei bezeichnet g_i das statistische Gewicht des Zustandes i und Z die Zustandssumme. Bei Atomen mit Drehimpuls J_i ist $g_i = 2J_i + 1$ die Entartung in der z-Komponente des Drehimpulses. Aus Gleichungen (1.5) und (1.6) erhalten wir

$$\varrho(\nu) = \frac{A_{21}/B_{21}}{(g_1/g_2)\,(B_{12}/B_{21})\, e^{h\nu/kT} - 1}. \tag{1.7}$$

Der Vergleich von Gleichungen (1.1) und (1.7) liefert für die Einstein-Koeffizienten:

$$B_{12} = \frac{g_2}{g_1} B_{21} \qquad \text{und} \qquad A_{21} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{21}. \tag{1.8}$$

Die Beziehungen in (1.8) sind für Planck'sche Strahlungsfelder hergeleitet, da die Koeffizienten aber nicht von dem Strahlungsfeld abhängen, sind sie allgemein gültig. Insbesondere können wir aus der Beziehung für die Einsteinkoeffizienten der Absorption und induzierten Emission Folgendes ablesen: für gleiche Gewichte $g_1 = g_2$ können in einem Gas aus vielen Atomen maximal die Hälfte zum gleichen Zeitpunkt in den energetisch höheren Zustand angeregt werden.

1.2. Natürliche Linienbreite

Ein angeregtes Atom kann, wie in Abschnitt 1.1 beschrieben, durch spontane Emission in den Grundzustand zurückkehren. Betrachten wir ein Ensemble von ruhenden Atomen, so stellen wir fest, dass die dabei emittierte Strahlung nicht streng monoenergetisch ist, sondern einer spektralen Intensitätsverteilung $I(\omega)$ folgt.

Das Ergebnis für diese Intensitätsverteilung $I(\omega)$ eines Übergangs mit (mittlerer) Frequenz ω_0 ist die Lorentz-Kurve

$$I(\omega) = I_0 \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}. \tag{1.9}$$

Die spektrale Intensität $I(\omega)$ hat die Halbwertsbreite $\delta\omega = \gamma$, die nur von Eigenschaften des atomaren Übergangs abhängt. Sie wird als *natürliche Linienenbreite* bezeichnet. Eine grafische Darstellung der spektralen Intensität ist in Abbildung 2 angegeben.

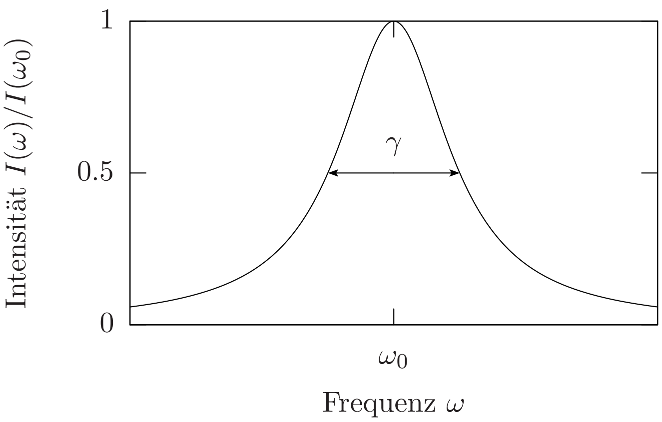

Abbildung 2: Lorentz-Profil der natürlichen Linienbreite

1.3. Doppler-Verbreiterung

Die im Abschnitt 1.2 angesprochene natürliche Linienbreite kann in unserem Experiment nicht direkt beobachtet werden, da die untersuchten Rubidium-Atome als Gas vorliegen und damit nicht ruhen. Die durch die Geschwindigkeit der Atome verursachte Doppler-Verbreiterung ist wesentlich größer als die natürliche Linienbreite. Daher vernachlässigen wir die natürliche Linienbreite zunächst und betrachten Atome, die in ihrem Ruhsystem Photonen der exakten Frequenz ω_0 emittieren bzw. absorbieren.

In unserem Experiment spielt nur die Geschwindigkeitskomponente v_z der Atome parallel zur Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls eine Rolle. Hat das Laserlicht im Laborsystem die Frequenz ω und eine Ausbreitungsrichtung $\hat{\vec{k}}$, so hat er im Ruhsystem eines Atoms mit Geschwindigkeitskomponente $v_z := \vec{v} \cdot \hat{\vec{k}}$ durch den Doppler-Effekt (in nicht-relativistischer

Ordnung) eine Frequenz

$$\omega' = \omega\left(1 - \frac{v_z}{c}\right). \tag{1.10}$$

Das Atom kann nur mit dem Laser wechselwirken, falls $\omega' = \omega_0$ gilt. Für $v_z < 0$ „sieht“ das Atom „blau“ verstimmtes Laserlicht und entsprechend bei $v_z > 0$ „rot“ verstimmtes Laserlicht.

Im thermischen Gleichgewicht sind die z-Komponenten der Geschwindigkeiten von Atomen eines Gases nach der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung, einer Gauß-Verteilung um $v_z = 0$, verteilt. Weil die absorbierte spektrale Intensität $I(\omega)$ proportional zur Anzahl der Atome mit Geschwindigkeitskomponente $v_z = (\omega - \omega_0)c/\omega \approx (\omega - \omega_0)c/\omega_0$ ist (vgl. Gleichung (1.10) mit $\omega' = \omega_0$), folgt die absorbierte Intensität auch einer Gauß-Verteilung:

$$I(\omega) = I(\omega_0)\exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{\delta\omega_\mathrm{D}/2\sqrt{\ln 2}}\right)^2\right]. \tag{1.11}$$

Dieses Doppler-verbreiterte Profil hat die Halbwertsbreite, die sogenannte *Doppler-Breite*,

$$\delta\omega_\mathrm{D} = 2\sqrt{\ln 2}\,\frac{v_\mathrm{w}\omega_0}{c}$$

mit der Masse m der Atome und ihrer wahrscheinlichsten Geschwindigkeit $v_\mathrm{w} = \sqrt{2kT/m}$. Die Doppler-Breite ist typischerweise etwa zwei Größenordnungen größer als die natürliche Linienbreite, die wir bislang vernachlässigt haben. Um ihr gerecht zu werden, müssen wir die Intensität aus Gleichung (1.11) mit der normierten Gleichung (1.9) falten und erhalten ein *Voigt-Profil* (vgl. Abbildung 3).

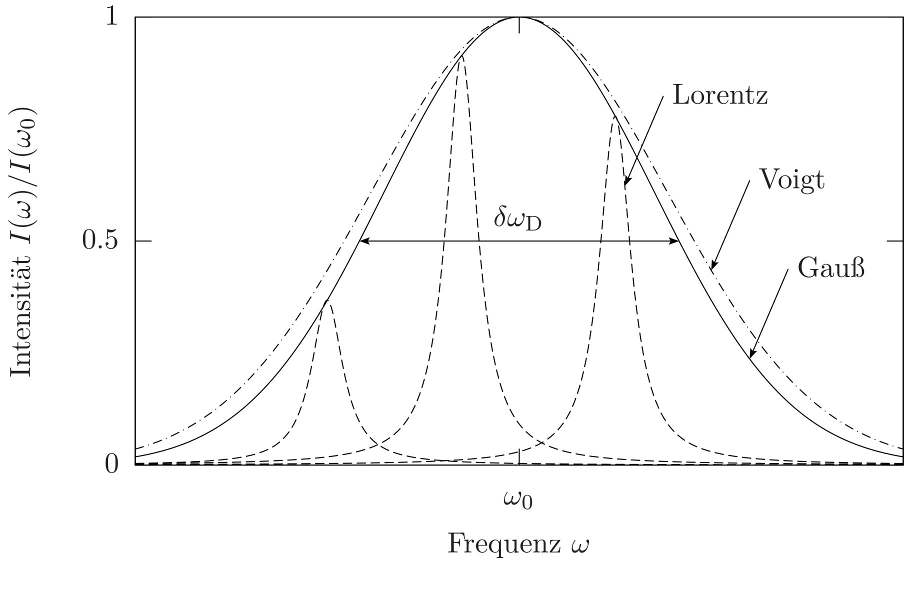

Abbildung 3: Doppler-Verbreiterung: Lorentz-, Gauß- und Voigt-Profil

1.4. Homogene und Inhomogene Verbreiterung

Ein Ensemble von Atomen befinde sich in einem Energieniveau E_i. Für den Fall, dass die Wahrscheinlichkeit des Übergangs in ein anderes Niveau E_f unter Absorption bzw. Emission eines Photons der Frequenz ω für alle Atome gleich groß ist, spricht man von einem *homogen verbreiterten* Linienprofil des Übergangs. Als Beispiel wäre die natürliche Linienbreite zu nennen. Das Linienprofil bei homogener Verbreiterung folgt einer Lorentz-Verteilung.

Ist die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang dagegen nicht für alle Atome gleich groß, dann ist das Linienprofil *inhomogen verbreitert*. Hier kann die Doppler-Verbreiterung als Beispiel genommen werden, bei der die Übergangswahrscheinlichkeit von den unterschiedlichen Geschwindigkeiten der einzelnen Atome abhängt.

1.5. Sättigungsverbreiterung

Wird ein Gas aus Atomen mit Licht hoher Intensität bestrahlt, so können durch optisches Pumpen die Besetzungszahlen der Niveaus deutlich verändert werden (vgl. Abschnitt 1.1). Daraus resultiert ein weiterer Verbreiterungsmechanismus, die *Sättigungsverbreiterung*.

Für den Fall eines mit einem intensiven monochromatischen Pumpstrahl der Frequenz ω homogen verbreiterten Übergangs gilt für die absorbierte Intensität

$$I(\omega) \propto \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega-\omega_0)^2+(\gamma/2)^2(1+S_0)},$$

worin $S_0 > 0$ der *Sättigungsparameter* ist. Er wächst mit der Intensität des Pumpstrahls an. Die Linienbreite ist um den Faktor $\sqrt{1+S_0}$ größer als die natürliche Linienbreite:

$$\delta\omega_\mathrm{S} = \gamma_\mathrm{S} = \gamma\sqrt{1+S_0}.$$

2. Laserspektroskopie

Im Folgenden werden zwei Verfahren der Laserspektroskopie besprochen, mit denen in diesem Versuch die Hyperfeinstrukturaufspaltung der D2-Linie von Rubidium (vgl. Abschnitt 4) vermessen werden soll. Diesem Abschnitt haben [Sch96, Abschnitt 2] und [Dem00] als Quelle gedient.

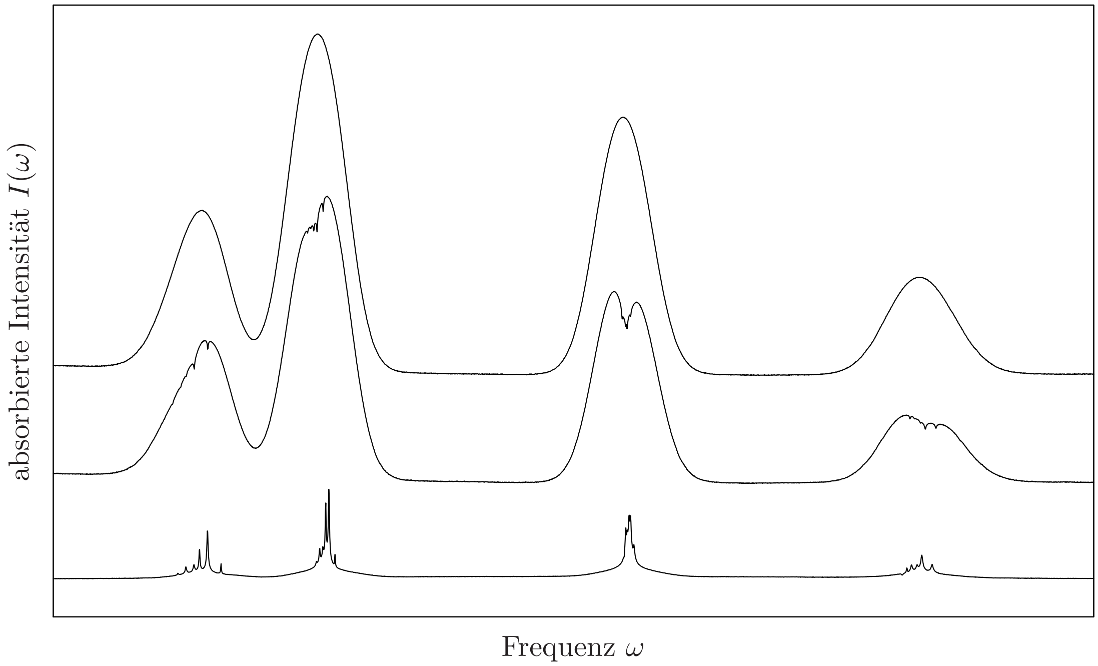

Abbildung 4: Spektren der D2-Linie von Rubidium: Absorptionsspektroskopie (oben), Sättigungsspektroskopie mit Doppler-Untergrund (Mitte), Sättigungsspektroskopie ohne Doppler-Untergrund (invertiert; unten)

2.1. Absorptionsspektroskopie

Bei einfacher *Absorptionsspektroskopie* wird ein Gas der zu untersuchenden Substanz, in unserem Versuch atomarer Rubidium-Dampf, mit einem durchstimmbaren Ein-Moden-Laser (vgl. Abschnitt 3.2) durchstrahlt. Die Frequenz des Lasers wird kontinuierlich variiert und die Intensität des transmittierten Strahls z.B. mit einer Photodiode gemessen.

Für jeden erlaubten Übergang von einem Grundzustandsniveau in ein angeregtes Niveau tritt dabei eine Absorptionslinie mit Doppler-Verbreiterung auf, wie in Abschnitt 1.3 besprochen wird. Die insgesamt zwölf erlaubten Übergänge des Rubidium-Atoms können durch diese Spektroskopiemethode nicht alle getrennt aufgelöst werden, weil die Doppler-Verbreiterung bei Zimmertemperatur mit einer Linienbreite von $\delta\omega_{\mathrm{D}} \sim 1\,\mathrm{GHz}$ deutlich größer als der Abstand der angeregten Niveaus ist und die Absorptionslinien stark überlappen (siehe Abbildung 22). Durch die Isotopie-Verschiebung (siehe Abbildung 23) können aber immerhin Übergänge von den vier Grundzustandsniveaus unterschieden werden, da deren Abstand größer als die Doppler-Breite ist. Somit messen wir vier Absorptionslinien mit Gauß-ähnlichem Profil, die jeweils aus einer Superposition von drei Linien mit Doppler-Verbreiterung bestehen.

Zur Verbesserung des Messsignals wird in der Praxis der Laserstrahl vor Durchlaufen der Gaszelle mit einem 50:50-Strahlteiler in zwei Teilstrahlen (etwa) gleicher Intensität, einen *Probe-* und einen *Referenzstrahl*, aufgeteilt. Nur der Probestrahl wird wie oben beschrieben durch die Gaszelle geschickt und die Differenz der Intensität beider Strahlen gemessen. Auf diese Weise wird nur die tatsächlich absorbierte Intensität gemessen, die im Vergleich zur gesamten transmittierten Intensität des Probestrahls sehr klein sein kann (siehe Abbildung 4, oberes Spektrum).

2.2. Sättigungsspektroskopie

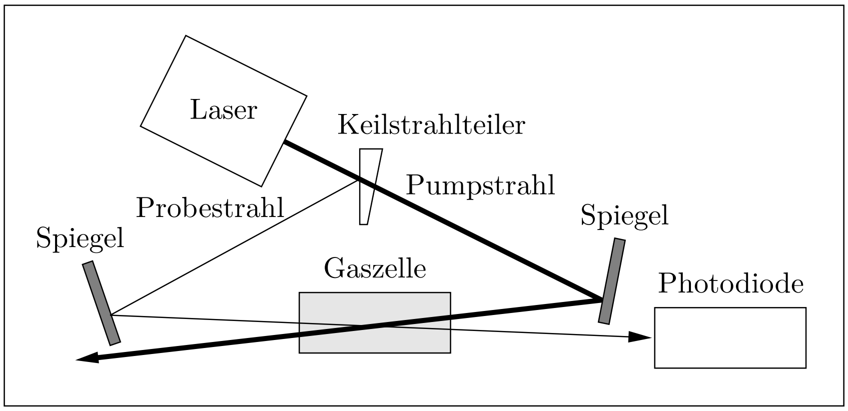

Abbildung 5: Schematischer Aufbau zur Sättigungsspektroskopie

Die *Sättigungsspektroskopie* ermöglicht uns, auch die Übergänge getrennt aufzulösen, die bei der Absorptionsspektroskopie durch ihre Doppler-Verbreiterung zusammenfallen. Zunächst wird der Laserstrahl durch einen Strahlteiler, z.B. einen Keilstrahlteiler (keilförmige Glasplatte mit einseitiger Anti-Reflex-Beschichtung), in einen schwachen Probestrahl mit ca. 4 %–5 % der Intensität des Lasers und einen stärkeren *Pumpstrahl* mit der restlichen Intensität geteilt. Beide Strahlen werden aus entgegengesetzten Richtungen überlappend durch die Gaszelle geführt und das Signal des Probestrahls wieder wie bei der Absorptionsspektroskopie in Abhängigkeit der Frequenz des Lasers gemessen. Ein sehr einfacher Aufbau ist in Abbildung 5 dargestellt.

Betrachten wir zunächst Atome mit zwei Niveaus und einer Anregungsfrequenz ω_0. Die absorbierte Intensität des Probestrahls weist erneut ein Spektrum mit einer Doppler-verbreiterten Absorptionslinie auf, die nun aber eine kleine Einbuchtung mit Lorentz-Profil am

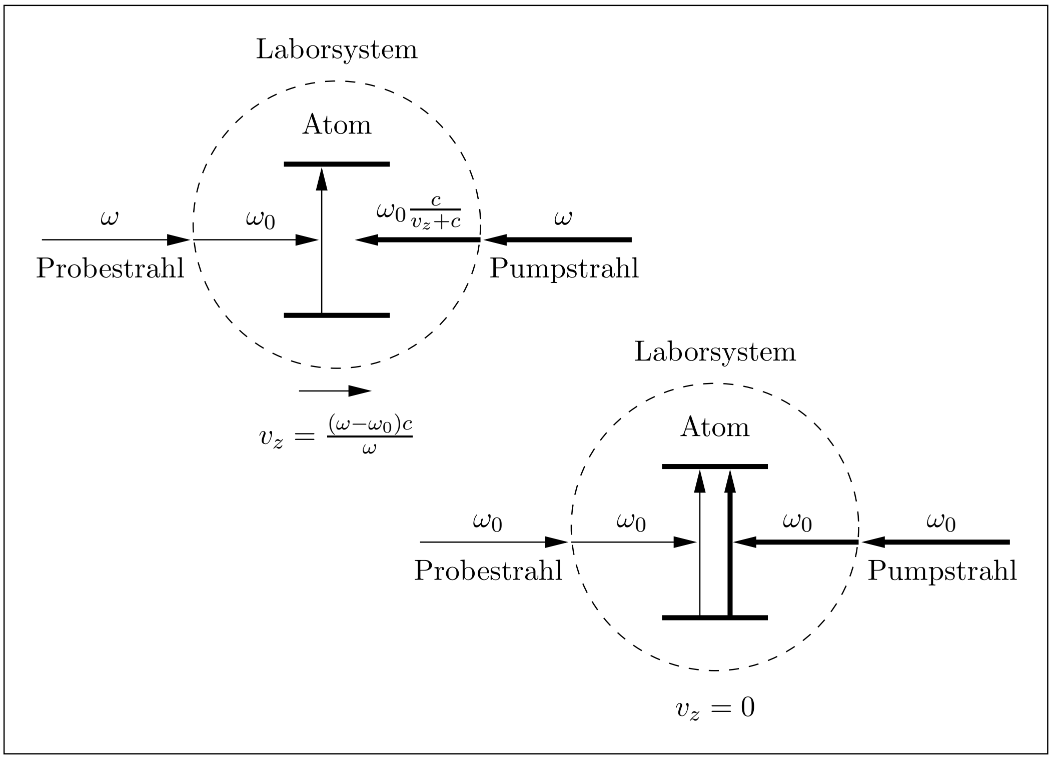

Abbildung 6: Sättigungsspitze: der Probestrahl wechselwirkt mit Atomen einer anderen Geschwindigkeitsklasse als der Pumpstrahl (oben) bzw. mit Atomen der gleichen Geschwindigkeitsklasse wie der Pumpstrahl (unten); die Frequenz des Lasers bezieht sich auf das Laborsystem bzw. auf das Ruhsystem des Atoms

Maximum enthält. Das Spektrum kommt dadurch zustande, dass der Probestrahl bei einer Frequenz ω gemäß Abschnitt 1.3 mit Atomen der Geschwindigkeitsklasse

$$v_z = \frac{(\omega - \omega_0)\, c}{\omega}$$

wechselwirkt, während der Pumpstrahl aus der entgegengesetzten Richtung mit Atomen der Geschindigkeitsklasse $-v_z$ wechselwirkt (siehe Abbildung 6, oben). Es wird zunächst also nicht vom Pumpstrahl beeinflusst und hat weiterhin ein Doppler-Profil. Wenn aber die Laserfrequenz ω mit der Resonanzfrequenz ω_0 des Übergangs (im Ruhsystem der Atome) zusammenfällt, wechselwirken sowohl der Probe- als auch der Pumpstrahl mit Atomen der gleichen Geschwindigkeitsklasse $v_z = 0$ (siehe Abbildung 6, unten). Der durch den Pumpstrahl angeregte Anteil der Atome kann den Probestrahl nicht absorbieren und ist die Ursache dafür, dass das Gas für den Probestrahl transparenter wird. Das Absorptionsspektrum weist die besagte Sättigungsspitze auf, die ein homogen verbreitertes Lorentz-Profil hat (siehe Abbildung 7 und vgl. Abschnitt 1.5).

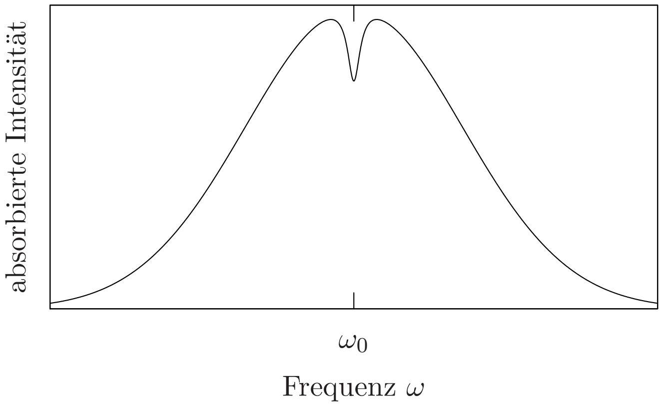

Abbildung 7: Sättigungsspitze im Doppler-verbreiterten Profil des Zwei-Niveau-Atoms

Dies ist aber nur die halbe Wahrheit, weil die Doppler-verbreiterten Absorptionslinien des Rubidium-Spektrums (vgl. Abbildung 4, Mitte) mehr Einbuchtungen aufweisen, als Übergänge der Atome existieren. Bei den weiteren Einbuchtungen handelt es sich um *Überkreuzungs-Signale* (vgl. [Dem00, S. 349f]). Für deren Auftreten müssen zwei Übergänge eines Atoms mit Frequenzen ω_{01} und ω_{02} die Bedingung $|\omega_{02} - \omega_{01}| < \delta\omega_\mathrm{D}$ erfüllen, die Übergänge also innerhalb einer Doppler-verbreiterten Linie liegen, und ein gemeinsames Energieniveau besitzen.

Wir nehmen jetzt zu unserem Zwei-Niveau-Atom aus dem obigen Beispiel ein weiteres Niveau hinzu. Gehen wir im Folgenden zunächst davon aus, dass die beiden möglichen Übergänge ein gemeinsames unteres Energieniveau haben, wie es bei Rubidium der Fall ist. Wenn die Laserfrequenz den Wert

$$\omega_{12} = \frac{\omega_{01} + \omega_{02}}{2}$$

annimmt, kann der Probestrahl mit Atomen der Geschwindigkeitsklasse

$$v_z = \frac{(\omega_{12} - \omega_{01})\, c}{\omega_{12}} = \frac{(\omega_{02} - \omega_{01})\, c}{2\omega_{12}}$$

über den Übergang mit Frequenz ω_{01} wechselwirken, während der Pumpstrahl mit Atomen der gleichen Geschwindigkeitsklasse

$$-v_z = \frac{(\omega_{12} - \omega_{02})\, c}{\omega_{12}} \qquad \Longleftrightarrow \qquad v_z = \frac{(\omega_{02} - \omega_{01})\, c}{2\omega_{12}}$$

über den Übergang mit Frequenz ω_{02} wechselwirkt und das gemeinsame Grundzustandsniveau teilweise entleert (Abbildung 8, oben). Entsprechend wechselwirkt der Probestrahl über den Übergang ω_{02} mit Atomen der Geschwindigkeitsklasse $-v_z$, die vom Pumpstrahl über den Übergang mit ω_{01} teilweise angeregt sind (Abbildung 8, unten). Das Resultat

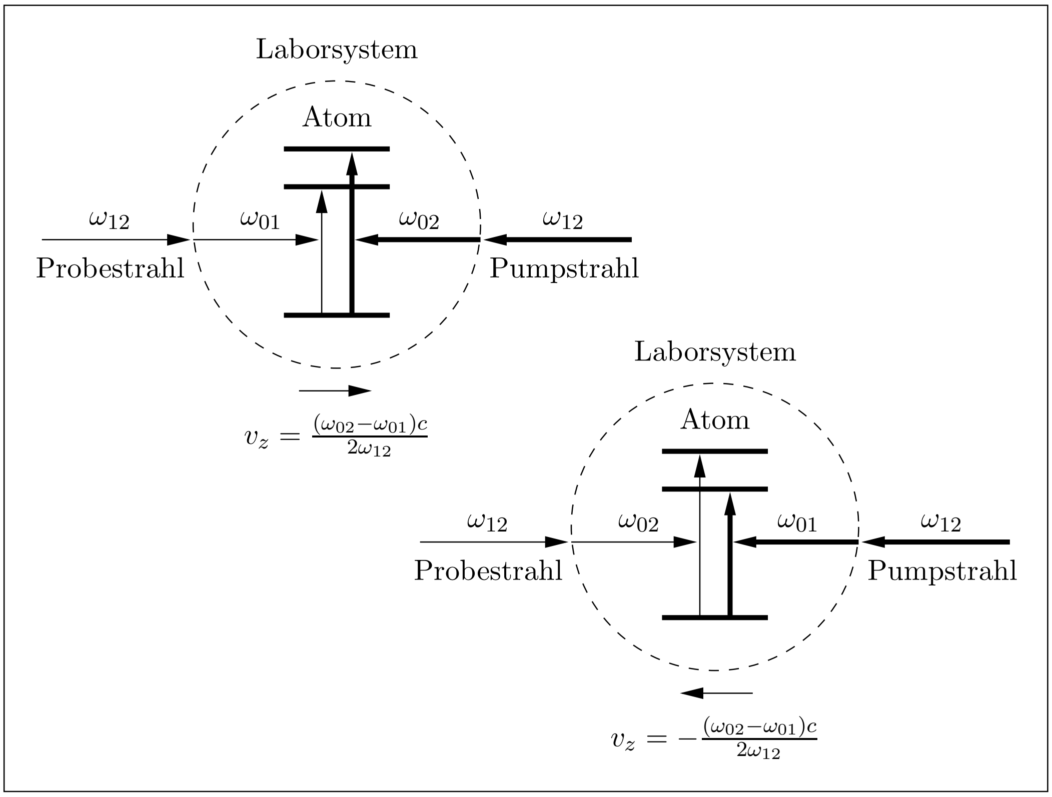

Abbildung 8: Überkreuzungs-Signal: der Probe- und Pumpstrahl wechselwirken mit Atomen der beiden gleichen Geschwindigkeitsklassen, aber auf unterschiedlichen Übergängen; die Frequenz des Lasers bezieht sich auf das Laborsystem bzw. auf das Ruhsystem des Atoms

ist, dass das Gas für den Probestrahl wie im Fall der Sättigungsspitzen transparenter wird und ein zusätzliches Signal in der Mitte zwischen den beiden Sättigungsspitzen bei ω_{01} und ω_{02} auftritt. Durch die gleichzeitige Wechselwirkung mit zwei verschiedenen Geschwindigkeitsklassen ist das Überkreuzungs-Signal in der Regel stärker ausgeprägt, als die normalen Sättigungsspitzen (siehe Abbildung 9).

Für den in unserem Versuch nicht relevanten Fall eines gemeinsamen angeregten Niveaus können wir auf analoge Weise schlussfolgern, dass auch ein Überkreuzungs-Signal gemessen wird, jedoch mit umgekehrtem Vorzeichen.

Beim Rubidium treten in jedem der vier Gauß-ähnlichen Profile drei Sättigungsspitzen (durch die drei Übergänge von einem Grundzustand in angeregte Niveaus) und drei Überkreuzungs-Signale (durch die drei verschiedenen Paare der Übergänge von einem Grundzustand in angeregte Niveaus), insgesamt also sechs Spitzen, auf. Das Sättigungsspektrum ist in Abbildung 4, Mitte, dargestellt und wurde, abgesehen vom zusätzlichen Pumpstrahl, auf die gleiche Art wie das darüberliegende Spektrum der Absorptionsspektroskopie aufgenom-

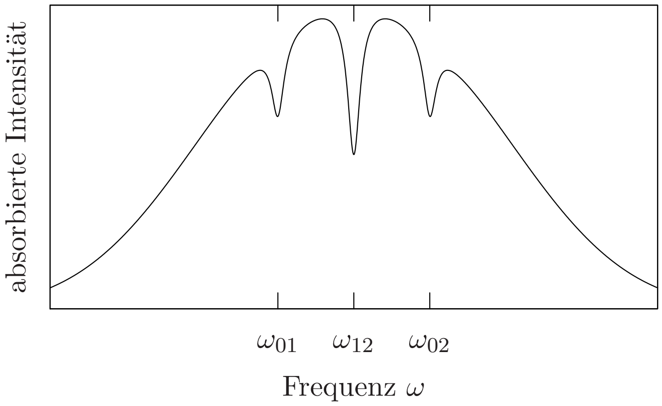

Abbildung 9: Sättigungsspitzen und Überkreuzungs-Signal im Spektrum des Drei-Niveau-Atoms

men.

Das untere Spektrum in Abbildung 4 ist ebenfalls mit Hilfe der Sättigungsspektroskopie aufgenommen. Im Gegensatz zum mittleren Spektrum wurde der Referenzstrahl durch einen nicht vom Pumpstrahl gesättigten Bereich des Rubidium-Gases geleitet, sodass nach Differenzbildung der Intensitäten von Probe- und Referenzstrahl auch der Doppler-verbreiterte Untergrund eleminiert ist.

3. Halbleiterlaser und Optische Komponenten

In diesem Abschnitt werden wichtige Komponenten des Versuchs besprochen, die möglicherweise nicht Stoff von Kursvorlesungen waren. Auf die Beschreibung von Linsen bzw. einem Teleskop usw. wird dagegen verzichtet. Die letzten drei Abschnitte zum optischen Isolator, Verzögerungsplatten und dem anamorphen Prismenpaar sind fakultativ.

3.1. Fabry-Pérot-Interferometer

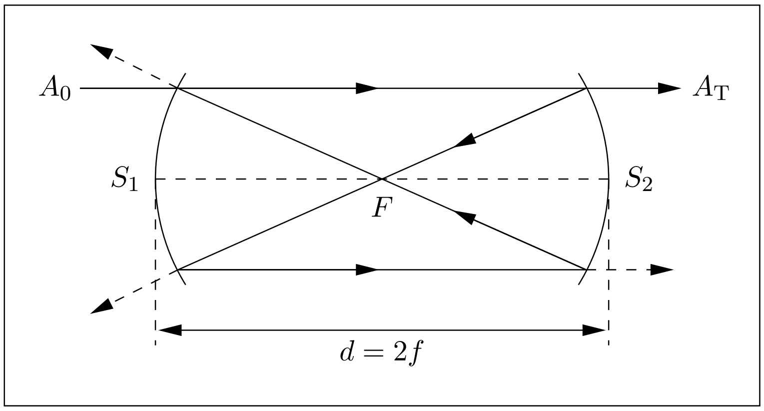

Abbildung 10: Strahlengang beim konfokalen Fabry-Pérot-Interferometer

Beim konfokalen Fabry-Pérot-Interferometer werden zwei sphärische Spiegel S_1 und S_2 mit Krümmungsradien $r = 2f$ und Reflektivitäten R so gegenüber gestellt, dass ihre Brennpunkte F zusammenfallen (siehe Abbildung 10). Ein Teil jeder einfallenden Lichtwelle wird an Spiegel S_1 reflektiert und ein Teil transmittiert; enstprechend wird von den transmittierten Wellen ein Teil an Spiegel S_2 reflektiert und ein Teil transmittiert usw. Absorptionen werden wir vernachlässigen.

Wir strahlen eine Lichtwelle mit Amplitude A_0 in das Interferometer ein. Nun interessiert uns die Amplitude A_T der in Einstrahlrichtung austretenden Welle, die in Abbildung 10 mit einer durchgezogenen Linie gezeichnet ist. Diese setzt sich aus Anteilen zusammen, die an jedem Spiegel einmal transmittiert und $2j$ mal reflektiert wurden ($j = 0, 1, 2, \dots$; durchgezogene Linie in Abbildung 10).

Hat eine Lichtwelle eine Amplitude A, so beträgt die Amplitude der reflektierten Welle $\sqrt{R}A$ und die der Transmittierten $\sqrt{T}A = \sqrt{1-R}A$. Die Amplitude einer Teilwelle, die das Interferometer nach j Durchläufen in Einstrahlrichtung verlässt, ist somit auf

$$A_j = TR^{2j}A_0 = (1-R)R^{2j}A_0 \tag{3.1}$$

abgefallen.

Außerdem legt eine Lichtwelle, die das Interferometer j mal durchläuft, einen Weg zurück, der (in erster Ordnung) $s_j = 4jd$ länger ist, als der Weg der direkt transmittierten Teilwelle mit $j = 0$ (Brechungsindex der Luft $n_{\text{Luft}} = 1$). Die Phase der Lichtwelle ändert sich nach j Durchläufen daher um

$$\Delta\varphi_j = \frac{2\pi s_j}{\lambda} = \frac{s_j \omega}{c} = \frac{4d\omega}{c} j. \tag{3.2}$$

Zusammen erhalten wir aus Gleichungen (3.1) und (3.2) für die Amplitude

$$A_{\mathrm{T}} = \sum_{j=0}^{\infty} A_j e^{i\Delta\varphi_j} = A_0(1-R) \sum_{j=0}^{\infty} \left(R^2 e^{\mathrm{i}4d\omega/c}\right)^j = \frac{A_0(1-R)}{1 - R^2 e^{\mathrm{i}4d\omega/c}}.$$

Die Intensität der austretenden Lichtwelle ist $I(\omega) \propto |A_{\mathrm{T}}|^2$, woraus sich ergibt:

$$I(\omega) = I_0 \frac{(1-R)^2}{1 - 2R^2 \cos(4d\omega/c) + R^4}. \tag{3.3}$$

Die Funktion der transmittierten Intensität ist in Abbildung 11 grafisch dargestellt.

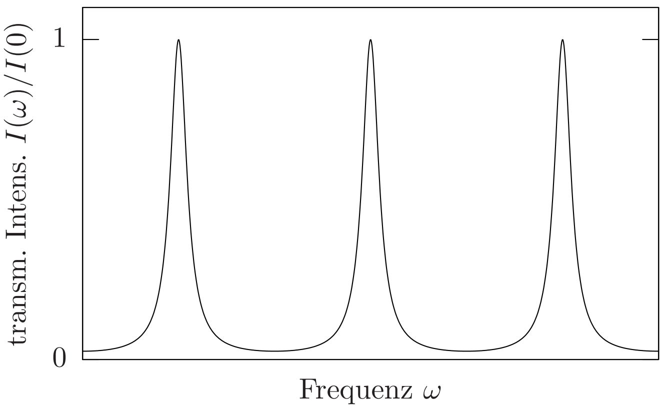

Abbildung 11: Transmittierte Intensität eines konfokalen Fabry-Pérot-Interferometers

Es ist zu erkennen, dass das Interferometer bei genügend großem R und d nur Vielfache einer bestimmten Frequenz ω_{FSR} nennenswert transmittiert. Wird daher monoergetisches Licht in ein Fabry-Pérot-Interferometer eingestrahlt und dessen Frequenz ω mit konstanter Geschwindigkeit variiert, so kann ein periodisches „Aufblitzen" gemäß Gleichung (3.3) beobachtet werden. Besteht das eingestrahlte Licht aus mehreren Frequenzen ω_i und wird dessen mittlere Frequenz mit konstanter Geschwindigkeit geändert, so weist die transmittierte Intensität als Funktion der Zeit eine größere Anzahl Spitzen – je einen, wenn eine Frequenzkomponente ω_i des Lichts gerade ein Vielfaches von ω_{FSR} ist – mit unter Umständen unterschiedlichem Abstand und Maximalwert auf.

Der Abstand $\nu_{\mathrm{FSR}} = \omega_{\mathrm{FSR}}/2\pi$ zweier Transmissionsmaxima, der sogenannten *Resonatormoden*, wird *freier Spektralbereich* genannt. Er kann über die Periodizität des Kosinus im Nenner von Gleichung (3.3) bestimmt werden:

$$\omega_{\mathrm{FSR}} = \frac{2\pi c}{4d} \quad \Longrightarrow \quad \nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{c}{4d}. \tag{3.4}$$

Eine weitere Größe, die als Maß für die Frequenzauflösung von Interesse ist, ist die Finesse F des Interferometers. Wir erhalten sie als Quotient des Abstands der Maxima ω_{FSR} und der Halbwertsbreite ω_{FWHM} einer Spitze von Gleichung (3.3). Letztere kann aus Gleichung (3.3) zu

$$\omega_{\text{FWHM}} = \frac{c}{d} \arcsin\left(\frac{1-R^2}{2R}\right) \approx \frac{c}{d}\frac{1-R^2}{2R}$$

berechnet werden. Damit und mit Gleichung (3.4) erhalten wir für die Finesse

$$F = \frac{\omega_{\text{FSR}}}{\omega_{\text{FWHM}}} = \frac{\pi R}{1-R^2}. \tag{3.5}$$

Für ein planparalleles Fabry-Pérot-Interferometer, bei dem statt sphärischer Spiegel Planspiegel verwendet werden, muss in Gleichung (3.3) im Nenner R^2 durch R und $4d$ durch $2d$ ersetzt werden, da ein Strahl nur einmal an jedem Spiegel reflektiert werden muss, um mit dem direkt Transmittierten zu interferieren. Damit erhalten wir für den freien Spektralbereich eines planparallen Interferometers

$$\omega_{\text{FSR}}^{(\text{plan})} = \frac{2\pi c}{2d} \qquad \Longrightarrow \qquad \nu_{\text{FSR}}^{(\text{plan})} = \frac{c}{2d} \tag{3.6}$$

und für die Finesse

$$F^{(\text{plan})} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}.$$

Das planparallele Fabry-Pérot-Interferometer hat somit zwar den doppelten freien Spektralbereich eines konfokalen Fabry-Pérot-Interferometers, aber für große Werte von R (Taylorentwicklung) auch die doppelte Finesse. Die konfokale Variante lässt sich wesentlich einfacher justieren als die Planparallele, weshalb sie in diesem Versuch verwendet wird.

3.2. Halbleiterlaser

3.2.1. Festkörperphysik

Bei optoelektronischen Halbleiterelementen treten in optischen Wechselwirkungen die gleichen Prozesse auf, die in Abschnitt 1.1 besprochen werden: Absorption, spontane Emission und induzierte Emission. Die Absorption wird z.B. bei Fotozellen genutzt, bei denen Photonen Elektronen aus dem Valenz- ins Leitungsband anregen. Spontane Emission wird bei Licht emittierenden Dioden (LEDs) verwendet, bei denen Elektronen unter Emission von Photonen vom Leitungs- ins Valenzband übergehen.

Die induzierte Emission wird bei Laserdioden genutzt, die z.B. aus einer p-n-Struktur bestehen können. Zur Erzeugung eines genügend großen induzierenden Lichtfeldes werden zwei gegenüberliegende Flächen der Halbleiterstruktur der Laserdiode poliert, um als planparalleler Fabry-Pérot-Resonator zu dienen, in dem sich stehende Lichtwellen mit schmalem Frequenzspektrum ausbilden können (vgl. Abschnitt 3.1). Dieser Resonator wird im folgenden auch als *interner Resonator* bezeichnet. Um mehr Licht durch induzierte Emission freizusetzen als durch Absorption zu verlieren, muss mit den Bezeichnungen aus Abschnitt 1.1

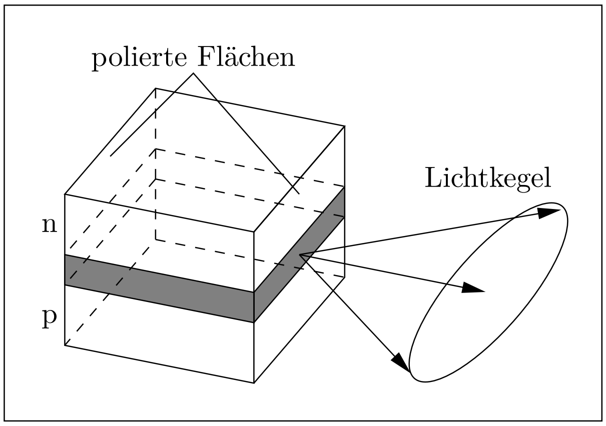

Abbildung 12: Schematische Darstellung einer Laserdiode

und $B_{21} = B_{12}$ gelten:

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = -(N_2 - N_1)B_{21}\varrho(\nu) < 0 \quad \Longrightarrow \quad N_2 > N_1.$$

Dieser Zustand wird *Besetzungsinversion* genannt und kann nur erreicht werden, wenn für die Quasi-Fermi-Energien E_F^n und E_F^p im n- bzw. p-Gebiet

$$E_\mathrm{F}^\mathrm{n} - E_\mathrm{F}^\mathrm{p} > E_\mathrm{L} - E_\mathrm{V}$$

gilt, was bei starker Dotierung der Fall ist. Dabei bezeichnet E_L die Energie der Leitungsbandkante und E_V die Energie der Valenzbandkante. Das Bänderschema ist in Abbildung 13, oben, gegeben. Ab einer genügend großen äußeren Spannung U in Flussrichtung setzt induzierte Emission und damit die Lasertätigkeit ein. Der Fall $U = (E_\mathrm{F}^\mathrm{n} - E_\mathrm{F}^\mathrm{p})/e$ ist in Abbildung 13, unten, dargestellt. Praktischen Einsatz finden verbesserte, komplizierte Halbleiterstrukturen (vgl. zur Festkörperphysik [Iba99, S.442ff]).

3.2.2. Frei laufende Laserdiode

Das *Verstärkungsprofil* $G(\omega)$ eines Lasermediums – in unserem Fall der Halbleiterstruktur – gibt den frequenzabhängigen Faktor an, um den eine Lichtwelle bei einem Durchlauf des Laserresonators verstärkt wird. Das von einer Laserdiode emittierte Frequenzspektrum hängt maßgeblich von dem Verstärkungsprofil und den Resonatormoden ab. Ersteres grenzt die möglichen Frequenzen nur auf ein verhältnismäßig breites Intervall ein, das je nach gewünschter Laserwellenlänge über die Dotierung beeinflusst werden kann. Letztere bewirken eine zusätzliche Selektion der tatsächlich auftretenden Frequenzen auf schmalere Resonatorlinien. Ein Laser befindet sich im *Ein-Moden*-Betrieb, wenn er nur Licht einer Resonatormode emittiert (vgl. Abbildung 14).

Eine Variation der emittierten Frequenz, das *Durchstimmen* des Lasers, kann durch die beiden äußeren Parameter Temperatur T und Strom I bewirkt werden. Da das Lasermedium

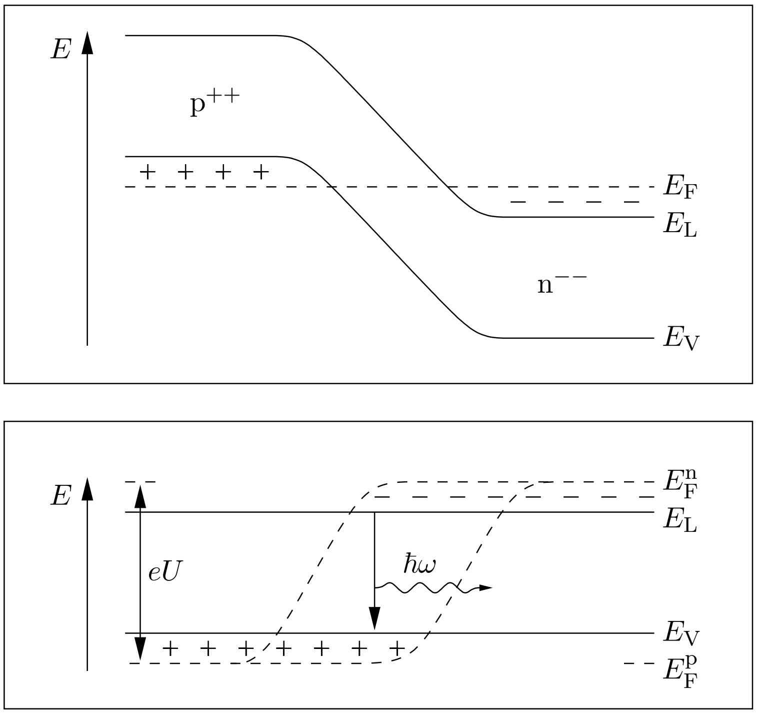

Abbildung 13: Bänderschema einer p^{++}-n^{--}-Struktur ohne äußere Spannung (oben) und mit maximaler äußerer Spannung in Flussrichtung (unten)

einen Brechungsindex $n \neq 1$ hat, muss Gleichung (3.6) der Nenner um einen Faktor n ergänzt werden. Die mittleren Frequenzen der Resonatormoden sind damit

$$\nu_j = \frac{c}{2nd} j \quad \text{mit} \quad j \in \mathbb{N}.$$

Eine Änderung der Temperatur um ΔT (oder analog eine Änderung des Diodenstroms) bewirkt nun sowohl eine Änderung des Brechungsindex als auch der Resonatorlänge, womit

$$\nu_j(\Delta T) = \nu_j(0) + \frac{\partial \nu_j}{\partial n} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}T} \Delta T + \frac{\partial \nu_j}{\partial d} \frac{\mathrm{d}d}{\mathrm{d}T} \Delta T$$

gilt. Auch das Verstärkungsprofil des Lasermediums verschiebt sich bei einer Änderung der Temperatur und zwar stärker als die Resonatormoden. Das unterschiedlich starke Verschieben führt dazu, dass die Frequenz eines Lasers im Ein-Moden-Betrieb über eine Änderung der Temperatur nur über ein schmales Frequenzintervall kontinuierlich variiert werden kann und sobald eine andere Mode dominant wird ein Sprung in diese Resonatormode, also ein Sprung der Frequenz, auftritt (vgl. Abbildung 15; vgl. [Dem00, Abschnitt 5.6.1] zu diesem Abschnitt).

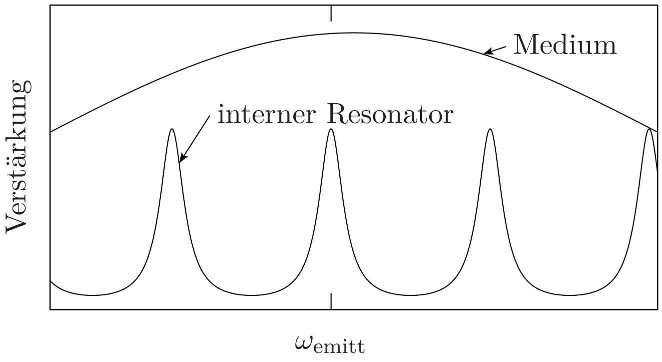

Abbildung 14: Verstärkungsprofil und Resonatormoden einer Laserdiode; wahrscheinliche Mode im Ein-Moden-Betrieb ω_{emitt}

3.2.3. Littrow-Anordnung

Die Linienbreite des oben beschriebenen Halbleiterlasers ist bedingt durch die kurze Resonatorlänge d und die recht geringe Reflektivität der polierten Flächen des Halbleites relativ groß (etwa 100 MHz; vgl. [Top05, Part IV 1.2]). Dieses Problem lässt sich z.B. mit Hilfe einer Beugungsgitteranordnung, der *Littrow-Anordnung*, in den Griff bekommen (vgl. [Sch96, S. 7f]).

Als Beugungsgitter wird dabei ein gestuftes Reflexionsgitter verwendet. Der Neigungswinkel α der Spiegelebenen und der Abstand benachbarter Gitterstreifen d werden so gewählt, dass das Beugungsmaximum erster Ordnung in den einfallenden Lichtstrahl zurückreflektiert wird, wenn dieser senkrecht auf die Spiegelflächen trifft (siehe Abbildung 16). Für den Winkel ϑ_k zur Gitternormalen, unter dem ein Beugungsmaximum k-ter Ordnung auftritt, gilt dann (in niedrigster Ordnung)

$$2d \sin \vartheta_k = k\lambda.$$

Das Hauptmaximum mit $k = 0$ hat daher einem Ausfallwinkel von etwa α zur Gitternormalen.

Nun zurück zum durchstimmbaren Halbleiterlaser. Wird im Abstand einiger Zentimeter vor der Laserdiode ein Beugungsgitter in Littrow-Anordnung montiert, so erhalten wir einen zusätzlichen *externen Resonator* zwischen polierter Rückseite der Laserdiode und Beugungsgitter. Die Linienbreite ist durch den externen Resonators deutlich schmaler (etwa 1 MHz; [Top05, Part IV 1.2]) und hat einen kleineren freien Spektralbereich als die des internen Resonators. Bei geschickter Wahl der Gitterparameter α und d kann zudem erreicht werden, dass neben einem Beugungsmaxmum nullter und erster Ordnung keine weiteren Maxima auftreten und das Maximum nullter Ordung um etwa 90° bezogen auf den einfallenden Strahl gebeugt wird. Das Beugungsmaximum nullter Ordnung wird aus der Laseranord-

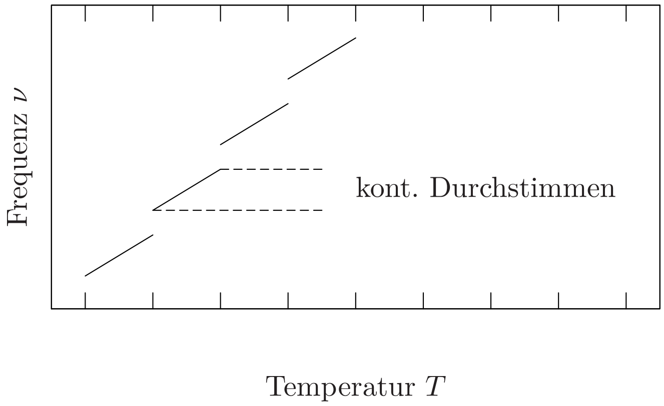

Abbildung 15: Modensprünge beim Durchstimmen über die Temperatur

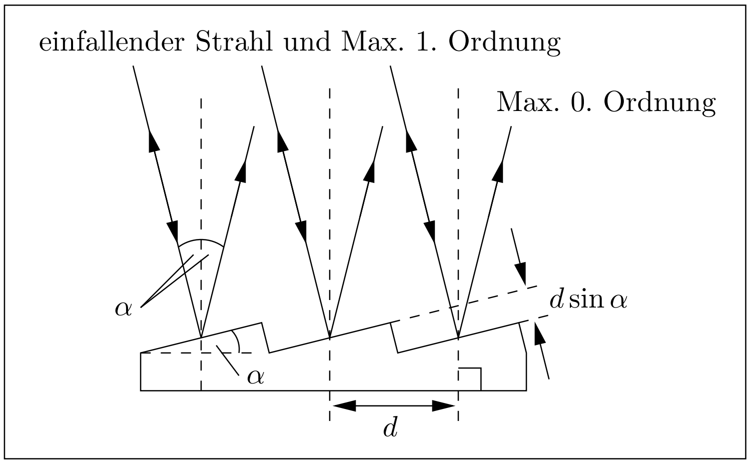

Abbildung 16: Gestuftes Gitter in Littrow-Anordnung

nung ausgekoppelt und steht zum Experimentieren zur Verfügung. Das Durchstimmen des Lasers erfolgt durch eine Änderung des Abstands zwischen Gitter und Laserdiode, die mit Hilfe eines Piezo-Kristalls sehr genau erfolgen kann. Ein Diodenlaseraufbau – wie er in diesem Versuch verwendet wird – ist in Abbildung 17 dargestellt. Um Frequenzänderungen durch Schwankungen der Umgebungstemperatur zu vermindern, ist der gesamte Aufbau zudem auf einem Peltier-Element angebracht.

Durch das Gitter in Littrow-Anordnung kommen zu den Profilen in Abbildung 14 zwei Weitere hinzu: zum einen hat ein Gitter ein Beugungsprofil und zum anderen treten die sehr schmalen Moden des schon genannten externen Resonators auf (siehe Abbildung 18; vgl. [Top05, Part VIII, 1.2]).

Die emittierte Frequenz im Ein-Moden-Betrieb wird nun maßgeblich durch eine Mode des externen Resonators bestimmt und ihr Frequenzspektrum ist deutlich schmaler, als bei der

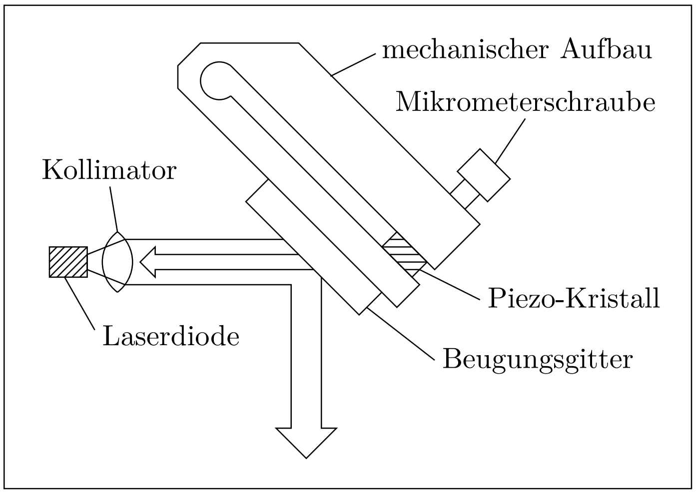

Abbildung 17: Schematischer Aufbau des Lasersystems (vgl. [Top05, Part IV 1.3])

frei laufenden Laserdiode. Durch eine Variation einer an den Piezo angelegten Spannung wird der Diodenlaser durchgestimmt. Dabei verschieben sich sowohl das Beugungsprofil des Gitters als auch die Moden des externen Resonators. Aus diesem Grund tritt, sobald die selektierte Mode im Ein-Moden-Betrieb sich aus dem Profil des internen Resonators herausbewegt, wieder ein Modensprung auf. Durch eine Rückkopplung der Piezo-Spannung auf den Diodenstrom kann aber bewirkt werden, dass die internen Resonatormoden mitverschoben werden und somit der durchstimmbare Frequenzbereich ohne Modensprünge auf mehr als 10 GHz erhöht wird. Das Verstärkungsprofil des Halbleitermediums ist sehr breit und spielt als Ursache von Modensprüngen nur eine untergeordnete Rolle.

3.3. Optischer Isolator

Jede Oberfläche reflekiert einen Bruchteil des eingestrahlten Lichts zurück (Glasoberflächen ohne Anti-Reflex-Beschichtung etwa 4%), ein Diodenlaser reagiert jedoch sehr sensibel auf Rückreflexe. Dies kann von Modensprüngen bis zur Zerstörung der teueren Laserdiode reichen. Daher wird in der Regel direkt nach dem Diodenlaser ein *optischer Isolator* (auch: *optische Diode*) montiert, der Licht nur in eine Richtung durchlässt.

Hier ist der *Faraday-Effekt* von entscheidender Bedeutung: eine von einem (homogenen) Magnetfeld $\vec{B}$ durchsetzte optisch aktive Substanz kann die Polarisationsrichtung von Licht mit Ausbreitungsrichtung $\hat{\vec{B}}$ drehen. Die Änderung des Winkels α ist dabei proportional zu der Magnetfeldstärke B und der Länge l der optisch aktiven Substanz

$$\alpha = VlB,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor V die *Verdet'sche Konstante* ist, die einen material- und wellenlängenabhängigen Wert hat. Das Vorzeichen des Drehwinkels α ist davon abhängig, ob sich die Lichtwelle mit oder entgegen der Richtung von $\vec{B}$ ausbreitet.

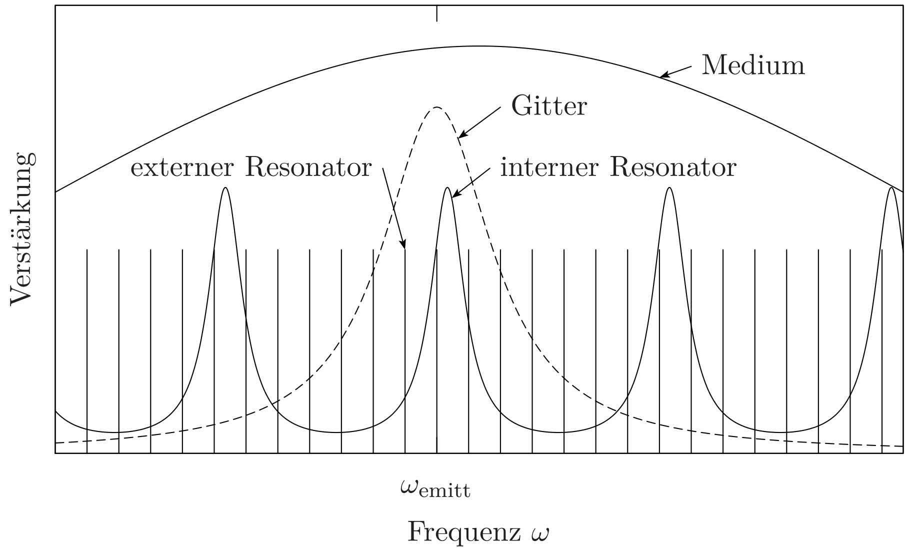

Abbildung 18: Verstärkungsprofile und Resonatormoden eines durchstimmbaren Diodenlasers; wahrscheinliche Mode im Ein-Moden-Betrieb ω_{emitt}

Ein optischer Isolator besteht nun aus zwei um 45° zueinander gedrehten Polarisatoren, zwischen denen sich ein *Faraday-Dreher* befindet, der die Polarisationsrichtung um 45° dreht (siehe Abbildung 19). Einfallendes Licht wird in Durchlassrichtung zunächst linear polarisiert. Anschließend wird die Polarisationsrichtung im Faraday-Dreher um 45° gedreht. Zuletzt kann das Licht den zweiten Polarisator ungehindert passieren. In der anderen Richtung wird das Licht ebenfalls zunächst linear polarisiert, aber dann seine Polarisationrichtung in entgegengesetzter Richtung gedreht. Daher trifft es senkrecht zur Durchlassrichtung auf den letzten Polarisator und wird absorbiert (vgl. [Wei02, S. 8f]).

Da ein Diodenlaser ohnehin praktisch linear polarisiertes Licht emittiert, bewirkt der optische Isolator keine nennenswerte Intensitätsabschwächung in Durchlassrichtung. Trotz des optischen Isolators sollten im Versuchsaufbau Rückreflexe in Richtung Diodenlaser vermieden werden!

3.4. Verzögerungsplatten

Verzögerungs- oder $\lambda/2$- bzw. $\lambda/4$-Platten bestehen aus anisotropen Kristallen, bei denen der Brechungsindex n abhängig von der Polarisation des einfallenden Lichts ist. Die Axen mit extremalen Brechungsindizes n_{min} bzw. n_{max} stehen senkrecht aufeinander. $\lambda/4$-Platten dienen zur Erzeugung elliptisch polarisierten Lichts und finden in diesem Versuch keine Verwendung; mit $\lambda/2$-Platten kann die Polarisationsrichtung von linear polarisiertem Licht gedreht werden.

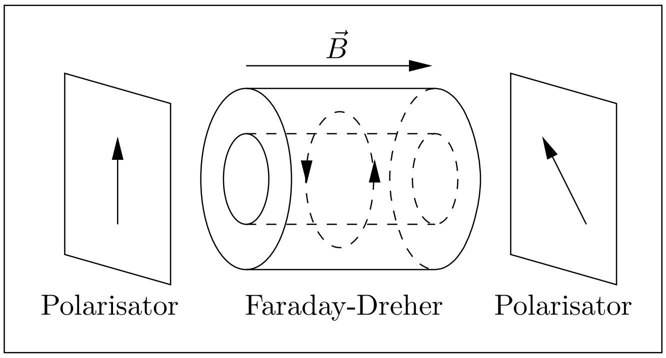

Abbildung 19: Schematischer Aufbau eines optischen Isolators

Ist d die Dicke der $\lambda/2$-Platte, so gilt

$$n_{\max} - n_{\min} = \frac{\lambda}{2d} = \frac{\pi}{kd}. \tag{3.7}$$

Die Drehwirkung können wir uns veranschaulichen, wenn wir das elektrische Feld $\vec{E}$ der linear polarisierten Lichtwelle in seine Komponenten in Richtung der extremalen Brechungsindizes, $\vec{e}_{\min}$ bzw. $\vec{e}_{\max}$, zerlegen (siehe Abbildung 20). Die Vorderseite der $\lambda/2$-Platte liege bei $r = 0$.

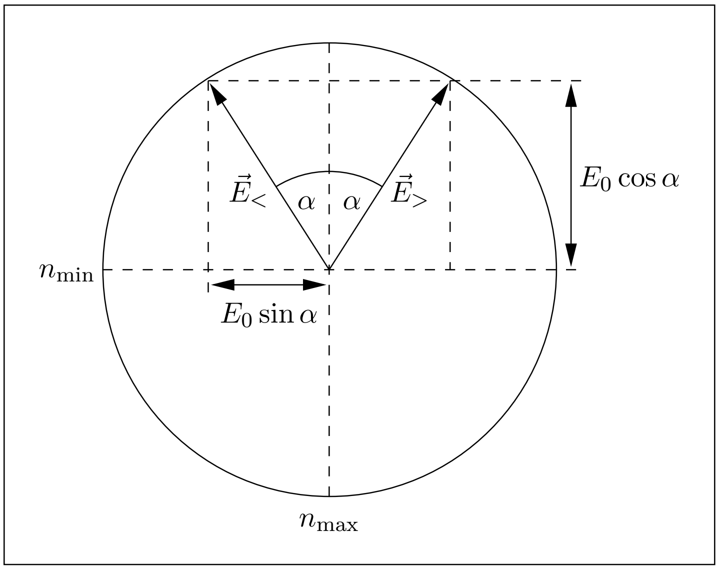

Abbildung 20: Ausgezeichnete Axen einer $\lambda/2$-Platte und Richtungen des ein- bzw. auslaufenden $\vec{E}$-Feldes

Vor Durchlaufen der Verzögerungsplatte ($r \leq 0$) hat die elektrische Welle die Form

$$\vec{E}_< = E_0 \left(\sin\alpha\,\vec{e}_{\mathrm{min}} + \cos\alpha\,\vec{e}_{\mathrm{max}}\right) e^{\mathrm{i}(kr-wt)}.$$

Nach dem Austreten auf der Rückseite der Verzögerungsplatte ($r \geq d$) hat sie die Form

$$\vec{E}_> = E_0 \left(\sin\alpha\, e^{\mathrm{i}kn_{\mathrm{min}}d}\vec{e}_{\mathrm{min}} + \cos\alpha\, e^{\mathrm{i}kn_{\mathrm{max}}d}\vec{e}_{\mathrm{max}}\right) e^{\mathrm{i}(k(r-d)-wt)} \tag{3.8a}$$

$$= E_0 \left(\sin\alpha\, e^{-\mathrm{i}k(n_{\mathrm{max}}-n_{\mathrm{min}})d}\vec{e}_{\mathrm{min}} + \cos\alpha\,\vec{e}_{\mathrm{max}}\right) e^{\mathrm{i}kn_{\mathrm{max}}d} e^{\mathrm{i}(k(r-d)-wt)} \tag{3.8b}$$

$$= E_0 \left(-\sin\alpha\,\vec{e}_{\mathrm{min}} + \cos\alpha\,\vec{e}_{\mathrm{max}}\right) e^{\mathrm{i}kn_{\mathrm{max}}d} e^{\mathrm{i}(k(r-d)-wt)}. \tag{3.8c}$$

Bei der letzten Umformung wurde Gleichung (3.7) eingesetzt. Obiger Gleichung können wir entnehmen, dass die Polarisationsrichtung der Welle nach Durchlaufen der $\lambda/2$-Platte tatsächlich um 2α gedreht ist.

Bei einer $\lambda/4$-Platte ist die Differenz der Brechungsindizes in Gleichung (3.7) nur halb so groß und Einsetzen in Gleichung (3.8b) würde eine elliptisch polarisierte Welle liefern.

Montieren wir hinter einer $\lambda/2$-Platte einen Polarisator, z.B. in Form eines *polarisierenden Strahlteilerwürfels*, der die Lichtkomponente der einen Polarisationsrichtung durchlässt und die dazu senkrecht polarisierte Komponente um 90° reflektiert, so erhalten wir eine Vorrichtung zur kontinuierlichen Intensitätsregelung von linear polarisiertem Licht.

3.5. Anamorphes Prismenpaar

Der vom Diodenlaser emittierte Strahl hat ein elliptisches Profil mit einem Verhältnis der Durchmesser von ungefähr 1:3. Zur Korrektur wird unmittelbar nach dem optischen Isolator ein anamorphes Prismenpaar montiert, das die Strahlbreite in der einen Richtung um den Faktor 3 komprimiert.

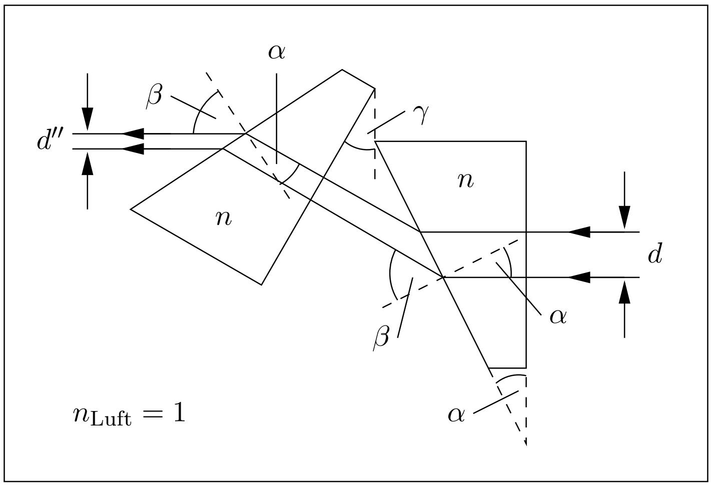

Abbildung 21: Anamorphes Prismenpaar in einfachster Anordnung

In einer besonders einfachen Anordnung trifft der Strahl jeweils senkrecht auf die Eintrittsseite der anamorphen Prismen (siehe Abbildung 21). Mit dem Brechungsgesetz

$$n \sin \alpha = \sin \beta$$

erhalten wir durch einfache geometrische Betrachtungen für den Winkel

$$\gamma = \beta - \alpha = \arcsin(n \sin \alpha) - \alpha$$

und für die Strahlbreiten

$$d' = d \cos \gamma \qquad \Longrightarrow \qquad d'' = d \cos^2 \gamma,$$

wobei d' die Strahlbreite nach Durchlaufen des ersten Prismas bezeichnet. Durch Wahl eines geeigneten Glases mit Brechungsindex n und eines Winkels α der Prismen könnte eine Kompression um einen gewünschten Faktor $\cos^2 \gamma$ erreicht werden.

In der Praxis wird jedoch aus einem vorhanden Sortiment von anamorphen Prismen ein Paar gewählt und die Feinanpassung des Kompressionsfaktors durch Drehen der einzelnen Prismen relativ zu dem einfallenden Strahl erreicht. Die Berechnung des Kompressionsfaktors wird dann ungleich aufwändiger, weil auch an den Eintrittsflächen der Prismen eine Brechung auftritt und die Ein- bzw. Ausfallswinkel bei beiden Prismen nicht mehr gleich sein müssen. In unserem Versuch haben wir das Glück, dass Prismen mit passendem n und α lieferbar waren, die die oben beschriebene einfache Anordnung erlauben.

4. Rubidium-Atom

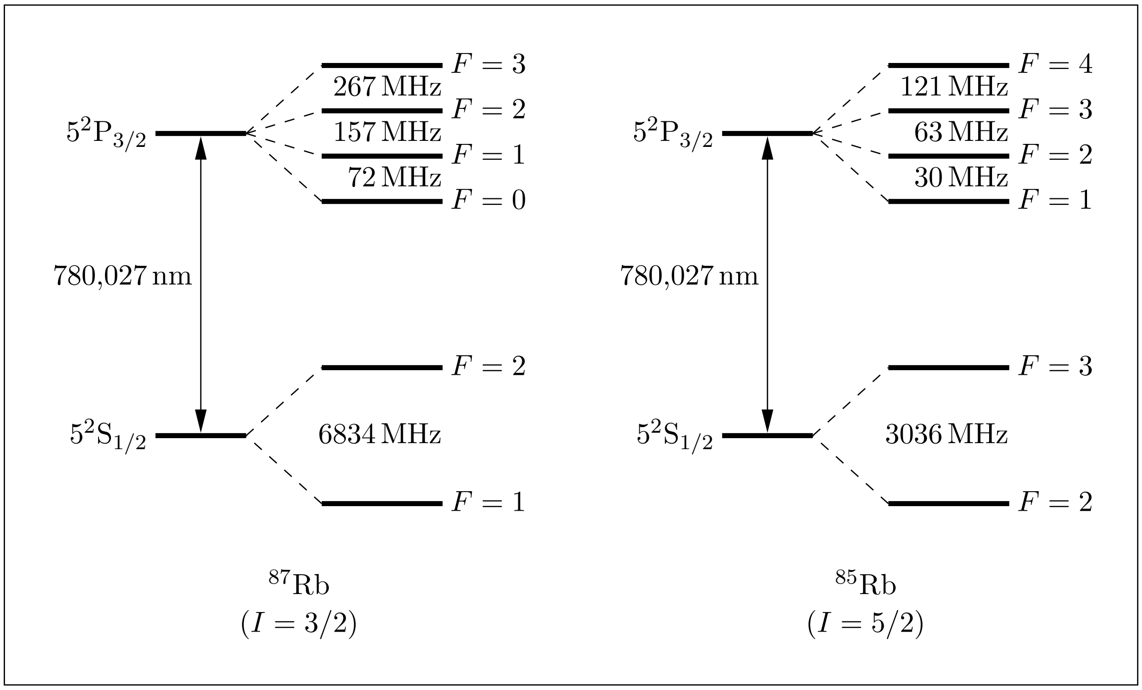

Abbildung 22: Termschemata der natürlich vorkommenden Rubidium-Isotope [Roo04]

4.1. Einleitung

Rubidium ist ein Alkalimetall, das in einem natürlichen Isotopengemisch von etwa 72% ^{85}Rb und 28% ^{87}Rb vorkommt [Sch96, Roo04]. Seine Schmelztemperatur liegt bei nur etwa 39 °C und seine Siedetemperatur bei etwa 688 °C, sodass in den verwendeten Gaszellen mit Rubidium-Dampf schon bei Zimmertemperatur ein zur Messung genügend dichtes Gas vorliegt. Die atomaren Massen sind $m_{\text{Rb-85}} = 84{,}91\,\text{u}$ und $m_{\text{Rb-87}} = 86{,}91\,\text{u}$ (vgl. [Nuc00]).

Im Folgenden wird die Notation

$$N^{2S+1}L_J$$

zur Kennzeichnung eines Zustandes des Atoms verwendet. Dabei ist N die Hauptquantenzahl, L der Bahndrehimpuls, S der Elektronenspin und J der Gesamtdrehimpuls. Die Großbuchstaben der Quantenzahlen deuten an, dass sie sich auf die Summe aller Hüllenelektronen beziehen. Bei Alkalimetallen wie Rubidium sind im Grundzustand alle Energieniveaus mit Ausnahme des einfach besetzten höchsten Energieniveaus vollständig besetzt oder leer. Die soeben aufgeführten Quantenzahlen sind somit mit den entsprechenden Quantenzahlen für das äußerste Elektron identisch. In der Spektroskopie ist es üblich, statt $L = 0,1,2,3,\dots$ die Buchstaben S, P, D, F, … zu benutzen.

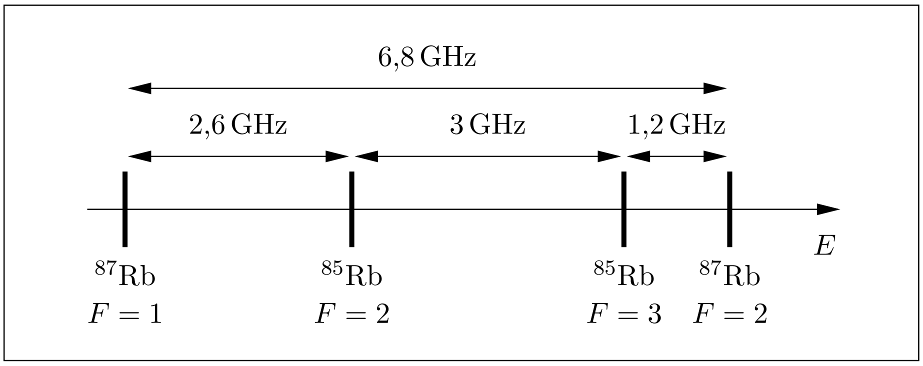

Abbildung 23: Isotopie-Verschiebung des Rubidium [Sch96]

4.2. Fein- und Hyperfeinstruktur-Aufspaltung

Der Grundzustand eines Rubidium-Atoms ist 5S. Der erste angeregte Zustand 5P ist durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung aufgespaltet in ein $5P_{1/2}$ und ein $5P_{3/2}$ Niveau (Feinstruktur). Zur Untersuchung der D1-Linie, die dem Übergang $5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{1/2}$ entspricht, wird Licht der Wellenlänge 795 nm benötigt, das mit unserem Laser allerdings nicht zugänglich ist. Damit beschränken wir uns auf die Vermessung der Hyperfeinstrukturaufspaltung des Übergangs $5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{3/2}$ bei 780 nm, der D2-Linie [Roo04].

Die Hyperfeinstrukturaufspaltung ist das Resultat der Kopplung des Gesamtdrehimpulses $\vec{J}$ der Hüllenelektronen mit dem Kernspin $\vec{I}$. Da die beiden natürlichen Rubidium-Isotope unterschiedlichen Kernspin besitzen, nämlich $I = 5/2$ bei ^{85}Rb und $I = 3/2$ bei ^{87}Rb, erhalten wir zwei unterschiedliche Energie-Aufspaltungen (vgl. Abbildungen 22 und 23). In vollkommener Analogie zum bekannten Gesamtdrehimpuls $\vec{j}$ des Elektrons eines Wasserstoff-Atoms resultierend aus Spin $\vec{s}$ und Bahndrehimpuls $\vec{l}$, wird der Gesamtdrehimpuls des Atoms $\vec{F}$ aus Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$ der Hüllenelektronen und Kernspin $\vec{I}$ festgelegt:

$$\vec{F} = \vec{I} + \vec{J} \implies |I - J| \leq F \leq I + J.$$

Daraus ergibt sich, dass mit $J \leq I$ für den Gesamtdrehimpuls F insgesamt $2J + 1$ Werte zulässig. Die Energieaufspaltung für eine $^{2S+1}L_J$-Mannigfaltigkeit kann durch

$$\nu_F = \nu_J + \frac{AC}{2} + \frac{B\left[\frac{3C(C+1)}{4} - I(I+1)J(J+1)\right]}{2I(2I-1)J(2J-1)}$$

beschrieben werden, wobei $C = F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)$ und A, B Hyperfein-Kopplungskonstanten bezeichnen [Roo04].

Für die (Dipol-)Übergänge zwischen den einzelnen Energieniveaus der Hyperfeinstruktur gelten ebenfalls völlig analog zu den Ergebnissen beim Wasserstoff-Atom die Auswahlregeln

$$\Delta F = 0, \pm 1 \qquad \text{kein} \quad (F = 0) \rightarrow (F = 0) \tag{4.1}$$

$$\Delta M_F = 0, \pm 1 \qquad \text{kein} \quad (M_F = 0) \rightarrow (M_F = 0) \quad \text{für} \quad \Delta F = 0 \tag{4.2}$$

Dabei ist M_F die Quantenzahl der z-Komponente von $\vec{F}$.

Insgesamt sind unserem Versuch damit zwölf Übergänge zugänglich, wie aus den Termschemata in Abbildung 22 zu entnehmen ist: je drei Übergänge in verschiedene angeregte Niveaus von jedem der vier Grundzustandsniveaus.

5. Quantenkohärenzen

Dieser Abschnitt orientiert sich v.a. an [Sch96, Abschnitt II.3] und z.T. an [Wyn05].

5.1. Lambda-System

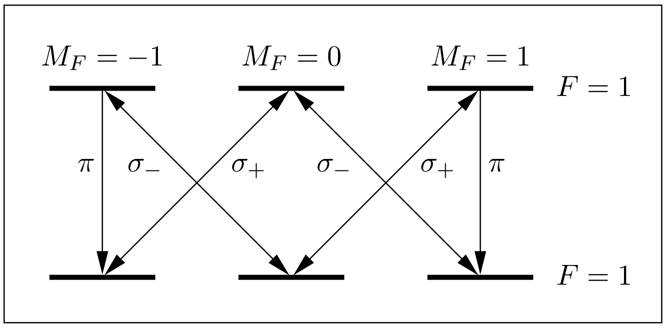

Abbildung 24: System mit dreifacher Entartung im Grundzustand und angeregten Zustand

Zunächst legen wir als z-Achse der Quantisierung die Strahlrichtung fest. Wir können einen linear polarisierten Laserstrahl ebenso gut als Superposition aus rechts- (σ_-) und linkszirkular (σ_+) polarisiertem Licht auffassen, wobei linkszirkular polarisierte Photonen Anregungen mit $\Delta M_F = -1$ und rechtszirkular polarisierte Photonen Anregungen mit $\Delta M_F = +1$ bewirken können.

Wir betrachten jetzt zwei Niveaus mit $F = 1$ und somit dreifacher Entartung in der M_F Quantenzahl (siehe Abbildung 24). Übergänge mit $\Delta M_F = 0$ können nur spontan, nicht aber vom Laser induziert, geschehen, wobei zu berücksichtigen ist, dass der Übergang $(M_F = 0) \to (M_F = 0)$ wegen $\Delta F = 0$ nach der Auswahlregel (4.2) verboten ist.

Strahlen wir Licht auf solch ein System mit dreifacher Entartung ein, wird das Elektron aus dem Grundzustand $M_F = 0$ (sofern es sich in diesem befunden hat) in einen der beiden möglichen höherenergetischen Zustände angeregt und anschließend mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit spontan mit $\Delta M_F = 0$ abgeregt. Dieser Vorgang wird als *optisches Pumpen* bezeichnet. Da ein Elektron in einem Grundzustand $M_F = \pm 1$ nicht mehr in den Grundzustand $M_F = 0$ zurückkehren kann, liegt nach kurzer Zeit ein effektives *Lambda-System* vor (siehe Abbildung 25). Das Lambda-System hat seinen Namen wegen der Ähnlichkeit mit dem griechischen Buchstaben Lambda erhalten.

5.2. Kohärenter Dunkelzustand

Bestrahlen wir das System, so zerfällt es (irgendwann) in den antisymmetrischen Superpositionszustand $|-\rangle = |1\rangle - |2\rangle$, der nicht mit dem Wechselwirkungsoperator des Lichts koppelt. Damit verschwindet das Matrixelement für den Übergangs von $|-\rangle$ nach $|3\rangle$:

$$\langle 3 | \vec{d} \cdot \vec{E} \, | - \rangle = 0.$$

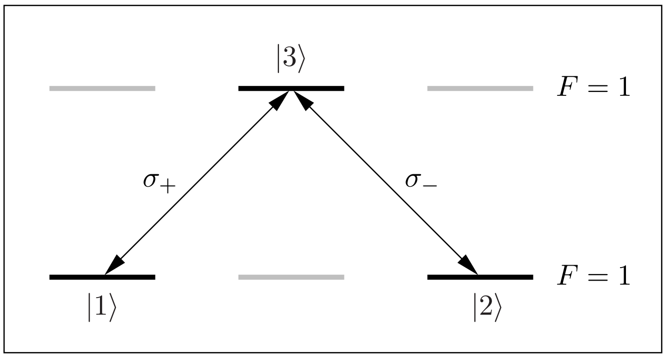

Abbildung 25: Lambda-System

Hier ist $\vec{E}$ das elektrische Feld der Lichtwelle und $\vec{d}$ der Dipolmoment-Operator des Atoms. Dies bedeutet, dass keine Anregung aus dem antisymmetrischen Zustand stattfinden kann und einmal in diesem Zustand „gefangene" Atome den Laserstrahl nicht mehr absorbieren, obwohl die Laserfrequenz mit der eines Übergangs übereinstimmt.

Es liegt dann ein kohärenter *Dunkelzustand* vor, dessen Name daher rührt, dass nicht absorbierende Atome auch keine Strahlung emittieren können und die Gaszelle von der Seite betrachtet „dunkel" bleibt. Auch für Niveaus mit $F = 2$ treten solche Prozesse auf und der antisymmetrische Grundzustand wechselwirkt nicht mit dem Laserstrahl.

Mit Hilfe eines Magnetfeldes in z-Richtung können die entarteten Grundzustandsniveaus über den Zeeman-Effekt aufgespalten werden und der kohärente Dunkelzustand wird zerstört. Dies nutzen wir zur Beobachtung kohärenter Dunkelzustände aus: die Laserfrequenz wird (z.B.) auf die Frequenz eines $(F = 2) \rightarrow (F = 2)$ Übergangs eingestellt und die absorbierte Intensität $I(\omega)$ in Abhängigkeit des Magnetfeldes $\vec{B}$ gemessen. Bei $\vec{B} = 0$ hat die absorbierte Intensität eine negative Spitze.

6. Versuch und Aufgabenstellung

Da nun alle theoretischen Grundlagen, die zum Verständnis und zur Durchführung des Versuchs benötigt werden, hinreichend erläutert sein sollten, kommen wir nun endlich zum Versuch selbst.

6.1. Versuchsaufbau

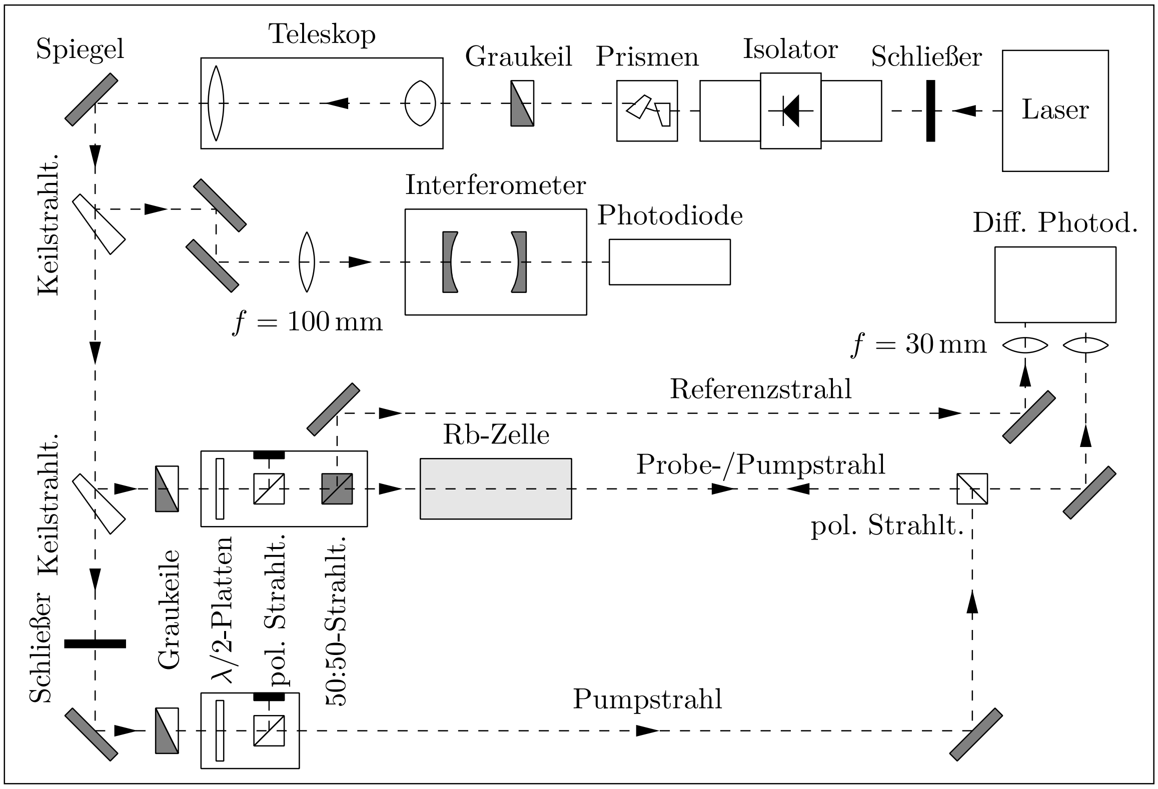

Abbildung 26: Vollständiger Versuchsaufbau

Der vollständige Versuchsaufbau, wie er zur Absorptions- und Sättigungsspektroskopie verwendet wird, ist in Abbildung 26 dargestellt. In der obersten Reihe befinden sich von rechts nach links der Laser, der optische Isolator und einige Optiken zur Strahlformung: das anamorphe Prismenpaar wird in Abschnitt 3.5 diskutiert, der Graukeil (ein von links nach rechts zunehmend stark schwarz eingefärbter Glasquader) dient einer ersten, einfachen Abschwächung des Laserstrahls und das Teleskop weitet den Strahl auf einen Durchmesser von etwa 3 mm auf. Dieser Bereich sollte fertig justiert vorliegen und bedarf keiner Änderung.

Nun wird der Laserstrahl an der linken Seite auf den Experimentator zugeführt und am ersten Keilstrahlteiler ein Teilstrahl mit grob 5% der Gesamtintensität abgezweigt. Dieser wird über zwei Spiegel und eine Linse in ein Fabry-Pérot-Interferometer eingekoppelt, um überprüfen zu können, ob sich der Laser im Ein-Moden-Betrieb befindet, und um einen Frequenz-Maßstab bei den Rubidium-Spektren zu haben. Die beiden Spiegel vor dem Interferometer dienen der einfacheren Strahleinkopplung; durch entgegengesetztes Drehen an zwei Stellschrauben der Spiegelhalter kann der Strahl parallel zum Tisch verschoben werden. Die Photodiode mit eingebautem Verstärker liefert ein Spannungssignal, das proportional zur transmittierten Intensität ist.

Am zweiten Keilstrahlteiler wird der Teilstrahl abgezweigt, der der Messung der Spektren dient. Wieder kann durch einen Graukeil und zusätzlich eine $\lambda/2$-Platte mit polarisierendem Strahlteilerwürfel die Intensität geregelt werden (vgl. Abschnitt 3.4). Der polarisierende Strahlteilerwürfel ist so eingestellt, dass er den Strahl ungehindert durchlässt, wenn seine Polarisationsrichtung von der $\lambda/2$-Platte nicht gedreht wurde. Anschließend wird der Strahl mit einem nicht-polarisierenden 50:50-Strahlteilerwürfel in zwei Teilstrahlen (etwa) gleicher Intensität zerlegt, wovon der eine als Probestrahl durch eine Gaszelle mit Rubidium-Dampf geleitet wird und der andere als Referenzstrahl daran vorbeigeht. Der letzte polarisierende Strahlteilerwürfel ist so jusitert, dass er den Probestrahl ungehindert passieren lässt. Schließlich werden Probe- und Referenzstrahl auf eine differenzielle Photodiode fokusiert, die die Differenz ihrer Intensitäten mit einstellbarer Verstärkung in ein Spannungssignal umwandelt.

Der letzte Teil des Hauptstrahls dient als Pumpstrahl und wird, wie der zuvor abgeteilte Strahl auch, durch einen Graukeil und eine $\lambda/2$-Platte zur Intensitätsregelung geführt. Der polarisierende Strahlteilerwürfel ist allerdings so justiert, dass die Polarisation des austretendes Strahls senkrecht auf der des Probestrahls steht. Aus diesem Grund bewirkt der polarisierende Strahlteilerwürfel ganz rechts eine Reflexion des Pumpstrahls um 90° und es ist möglich, den Probe- und Pumpstrahl optimal überlappen zu lassen. Mit Hilfe von Spiegeln würde dies durch die geringe Tischbreite nur schlecht gelingen.

Im Versuchsaufbau befinden sich zwei Schließer, die den Pumpstrahl oder den gesamten Laserstrahl verdecken können.

6.2. Versuchsdurchführung

6.2.1. Inbetriebnahme des Diodenlasers

Vor Inbetriebnahme des Lasers unbedingt beachten:

- Es muss eine Belehrung durch den Laserschutzbeauftragten stattgefunden haben.
- Betriebsanweisung des Lasers beachten (hängt im Praktikumsraum aus).
- Fenster und Türen verdunkeln, sodass keine Strahlung aus dem Raum austreten kann.
- Warnschild „Laserbetrieb“ an der Außenseite der Tür anbringen.
- Geeignete Schutzbrille während der gesamten Betriebszeit tragen. Nie, auch nicht mit Schutzbrille, in den Laserstrahl blicken!
- Nie mit spiegelnden Flächen in den Laserstrahlengang greifen. Ringe, Uhren, Schmuck o.ä. ablegen.

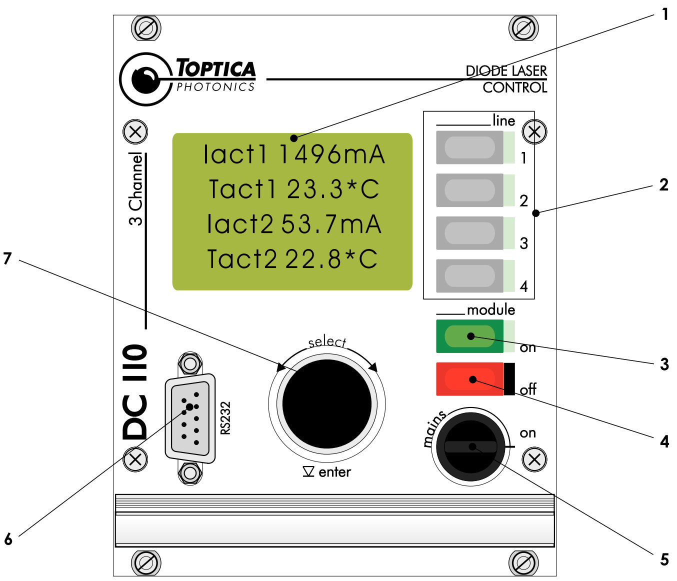

Abbildung 27: Frontseite der Monitor Einheit DC 110 des Diodenlasers (aus [Top05, Part V, 2.2])

Die Lasersteuerung besteht aus einem Rack, das mit vier Modulen bestückt ist. Das erste Modul ist die Monitor Einheit (Abbildung 27), die Parameter wie den eingestellten Strom I_{set}, seinen tatsächlichen Wert I_{act}, die eingestellte Temperatur T_{set}, ihren tatsächlichen Wert T_{act}, den maximalen Strom I_{max} usw. auf dem Display (1) anzeigt. Desweiteren verfügt dieses Modul über einen Schlüssel-Schalter (5) und über einen Ein- (3) bzw. Aus-Schalter (4) für die Laserdiode.

Das zweite Modul ist die Temperature Control Einheit (Abbildung 28, links), die zur Steuerung des Peltier-Elements und damit der Temperatur-Stabilisierung dient. Die Einstellung der Temperatur wird über das Potentiometer (2) vorgenommen.

Bei dem dritten Modul handelt es sich um die Current Control Einheit (Abbildung 28, rechts) zur Steuerung des Laserdioden-Stroms I. Die Einstellung des Stroms erfolgt über das Potentiometer (3).

Bei dem letzten Modul handelt es sich um die Scan Control Einheit (Abbildung 29), die ein Hochspannungs-Dreieckssignal für den Piezo-Kristall zur periodischen Durchstimmung des Lasers erzeugt. Die Amplitude der Spannung und damit der Durchstimmbereich der Laserfrequenz wird mit Potentiometer (2) eingestellt, wobei mit Potentiometer (3) der Offset der Spannung bzw. Laserfrequenz variiert werden kann, sofern dieser mit Schalter (10) zugeschaltet wurde.

Zur Inbetriebnahme der Lasers muss wie folgt vorgegangen werden:

- Sicherstellen, dass der Schließer vor dem Diodenlaser geschlossen und das Austrittsloch am Diodenlaser selbst geöffnet ist.

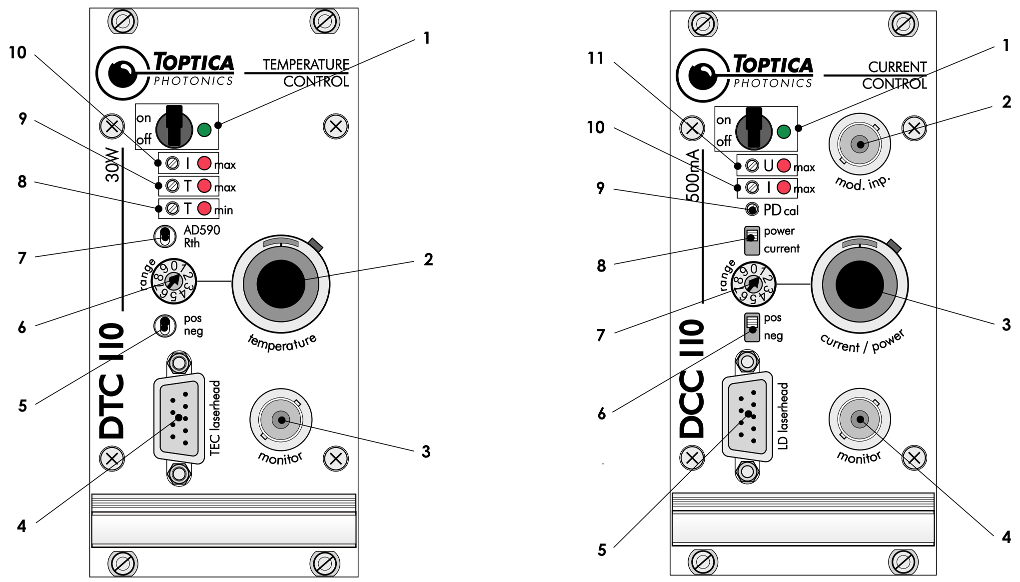

Abbildung 28: Frontseiten der Temperature Control Einheit DTC 110 (links) und Current Control Einheit DCC 110 (rechts) (aus [Top05, Part VII, 2.1] bzw. [Top05, Part VI, 2.1])

- Kontrollieren, dass die Power-Schalter (1) aller Module sowie der Schlüsselschalter (5) der Monitor Einheit ausgeschaltet sind.
- Einschalten des Netzschalters auf der Rückseite des Racks.
- Einschalten der Monitor Einheit mit dem Schlüsselschalter.
- Kontrollieren, ob eine Temperatur $T_{\mathrm{set}} = 20{,}0\,°\mathrm{C}$ eingestellt ist. Ggfs. durch Nachregeln an der Temperature Control Einheit einstellen.
- Einschalten der Temperature Control Einheit und ca. 10-15 Minuten warten, bis sich die Temperatur des Diodenlasers stabilisiert hat.
- Kontrollieren, ob ein Strom $I_{\mathrm{set}} \approx 150\,\mathrm{mA}$ eingestellt ist und ggfs. nachregeln.
- Einschalten der Current Control Einheit.
- Drücken des Module On Schalters (3) an der Monitor Einheit.
- Den Schließer vor dem Diodenlaser öffnen und mit der Infrarot-Karte *hinter* dem optischen Isolator überprüfen, ob der Laserstrahl zu sehen ist.
- Einschalten der Scan Control Einheit und einstellen einer Amplitude von etwa 7.

Das Ausschalten erfolgt in umgekehrter Reihenfolge.

Achtung: Um eine Zerstörung der Laserdiode zu vermeiden, dürfen die in die Front der Module eingelassenen Schalter und Drehregler nicht verstellt werden! Bevor das Current Control Modul ausgeschaltet wird, erst die Laserdiode am Module Off Schalter (4) der Monitor Einheit ausschalten! Während der Versuchsdurchführung den Laser nicht ausschalten!

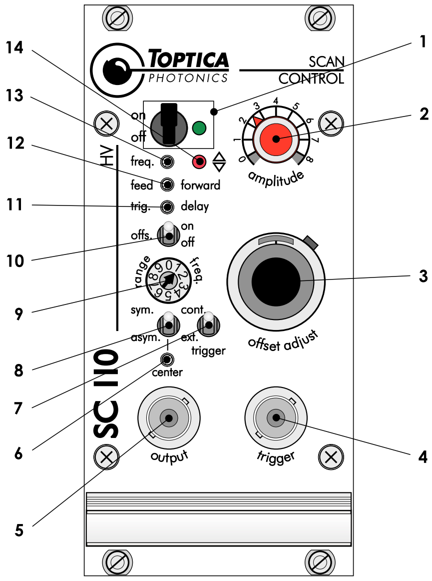

Abbildung 29: Frontseite der Scan Control SC 110 Einheit (aus [Top05, Part VIII, 2.1])

6.2.2. Beschreibung der Photodioden

Für die drei Potentiometer der einfachen Photodiode (vgl. Abbildung 30, rechts) gilt: das Signal der Photodiode wird zunächst mit einem Faktor $g = 0 \ldots 1$ abgeschwächt, dann mit einem Faktor $G = 1 \ldots 100$ verstärkt und zuletzt ein Offset U_{offs} hinzuaddiert. (Das Signal der einfachen Photodiode wird invertiert ausgegeben!)

Jedes Potentiometer hat 20 Umdrehungen und darf nur mit dem dafür vorgesehenen Werkzeug eingestellt werden (nicht mit einem normalen Schraubendreher!). Drehen im Uhrzeigersinn führt zu einer Vergrößerung des jeweiligen Werts. Ist ein Potentiometer am Anschlag, hört man ein leises Knacken bei jeder weiteren Umdrehung. Der Verstärkungsfaktor g sollte immer auf seinen Maximalwert eingestellt werden.

Die sechs Drehpotentiometer der differenziellen Photodiode haben folgende Bedeutung (vgl. Abbildung 30, links): das Signal der Photodiode 1 wird zunächst mit einem Faktor $g_1 = 0 \ldots 1$ abgeschwächt und danach mit $G_1 = 1 \ldots 100$ verstärkt; Entsprechendes gilt für Photodiode 2. Anschließend werden beide Signale voneinander subtrahiert, die Differenz mit $G_{\text{diff}} = 2 \ldots 100$ verstärkt und ein Offset U_{offs} addiert. Folgende Vorgehensweise macht beim Abgleich Sinn:

- g_1 und g_2 sollten stets auf ihren maximalen Wert eingestellt werden.
- G_1 und G_2 sollten auf ihren Minimalwert eingestellt werden.
- Beide Photodioden werden z.B. mit der Infrarot-Karte verdeckt und der Offset auf 0 V justiert.
- Anschließend wird G_{diff} solange erhöht, bis ein deutliches Signal zu erkennen ist.
- Zuletzt wird G_1 bzw. G_2 erhöht, bis der (etwa) konstante Untergrund des Signals

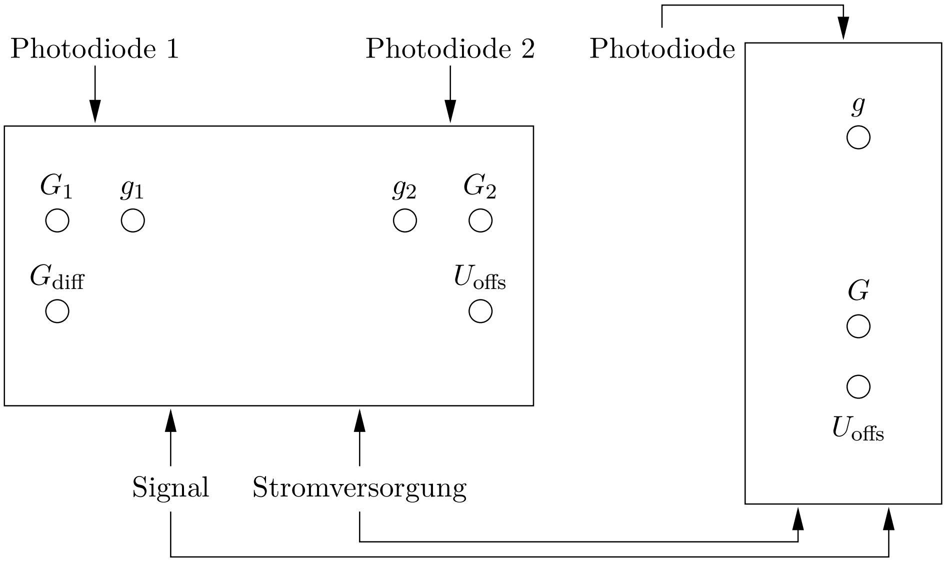

Abbildung 30: Differenzielle Photodiode (links) und einfache Photodiode (rechts)

wieder bei 0 V liegt.

Die Signale der Photodioden werden sowohl auf die Eingänge des Oszilloskops als auch der Messkarte des Computers gegeben. Das Trigger-Signal der Scan Control Einheit an Buchse (4) wird zur Triggerung des Oszilloskops verwendet.

6.2.3. Konfokales Fabry-Pérot-Interferometer

Das konfokale Fabry-Pérot-Interferometer hat folgende Parameter (Fehler geschätzt):

- Spiegelabstand: $d = (50{,}0 \pm 0{,}5)\,\text{mm}$
- Reflektivität: $R = 94{,}3\%$

Prinzipiell sollte der Teilstrahl des Fabry-Pérot-Interferometers korrekt justiert sein und die Photodiode ein Signal liefern. Andernfalls muss u.U. die Linse mit einer Brennweite von $f = 100\,\text{mm}$ vor dem Interferometer neu positioniert und durch Nachjustieren der Spiegel der Strahl korrekt in das Fabry-Pérot-Interferometer eingekoppelt werden. Dabei sollten die Hinweise aus Abschnitt 6.2.4 berücksichtigt werden und die Photodiode gemäß Abschnitt 6.2.2 eingestellt werden.

Enthält die vom Interferometer transmittierte Intensität viele, unterschiedlich große Spitzen mit unterschiedlichem Abstand (vgl. Abschnitt 3.1), befindet sich der Laser nicht im Ein-Moden-Betrieb. Durch eine Anpassung des Diodenstroms I und/oder des Offsets der Piezo-Steuerspannung kann der Laser in den Ein-Moden-Betrieb versetzt werden.

6.2.4. Aufnahme des Absorptionsspektrums

Nun muss der Versuchsaufbau für die nicht vorjustierten Optiken, wie in Abbildung 26 dargestellt, zusammengebaut werden. Der Pumpstrahl wird zunächst mit dem Schließer verdeckt und erst später justiert.

Bei der Justierung kann der für das menschliche Auge nicht sichtbare Laserstrahl mit einer Infrarot-Karte sichtbar gemacht werden. Folgendes sollte berücksichtigt werden:

- Die optische Achse verläuft idealerweise parallel zum Tisch in einer Höhe von $2{,}5'' = 63{,}5\,\mathrm{mm}$ über der Montageplatte. Diese Höhe muss überall eingehalten werden.
- Der Laserstrahl soll möglichst zentral durch die Optiken geführt werden.
- Rückreflexe zum Diodenlaser und unkontrollierte Reflexe v.a von Oberflächen ohne Anti-Reflex-Beschichtung (Infrarot-Karte, Graukeile, Gaszellen) sollten vermieden werden. Stets etwas schräg in den Strahlengang stellen.
- Die Polarisationsrichtung der polarisierenden Strahlteilerwürfel muss sehr genau senkrecht zu der Polarisationsrichtung des Würfels aus dem Pumpstrahlengang stehen, damit kein Teilstrahl zum Diodenlaser gelangen kann. Die polarisierenden Strahlteilerwürfel nach Möglichkeit nicht in der Fassung drehen.
- Der Fokus der Linsen sollte bei der differenziellen Photodiode in der optisch aktiven Oberfläche der jeweiligen Photodiode liegen.
- Optiken nur an den Fassungen anfassen. Im Falle einer versehentlichen Verschmutzung einer Optik keine eigentätigen Reinigungsversuche unternehmen, sondern dem Betreuer Bescheid geben.
- Der Abstand von Probe und Referenzstrahl sollte so gewählt sein, dass sie später problemlos durch verschiedene Hälften der Doppel-Gaszelle geführt werden können.

Ist der Versuch ordnungsgemäß aufgebaut, muss die richtige Frequenz des Lasers gefunden werden, bei der das Spektrum der Absorptionsspektroskopie (siehe Abbildung 4, oben) zu erkennen ist. In aller Regel wird der Laser nach dem Einschalten und Einstellen des Ein-Moden-Betriebs nämlich in irgendeinem Frequenzbereich periodisch durchgestimmt, nur nicht in dem Bereich der D2-Linie des Rubidiums. Durch kleine Variationen des Diodenstroms und des Offsets der Piezo-Steuerspannung muss der richtige Frequenzbereich gesucht werden. Es macht Sinn, dass das Spektrum nicht direkt nach den Umschaltpunkten der Laserfrequenz beginnt, da dort die Frequenzdurchstimmung noch keinem linearen Verlauf folgt, wie an den größeren Abständen der ersten Spitzen im Signal des Fabry-Pérot-Interferometers zu erkennen ist.

Zuletzt wird die differenzielle Photodiode abgeglichen (siehe dazu Abschnitt 6.2.2) und das Spektrum der Absorptionsspektroskopie mit der Messkarte des Computers aufgenommen. Es ist wichtig das Signal des Fabry-Pérot-Interferometers mit aufzuzeichnen, um eine Frequenzskala bei der Auswertung der Spektren zur Verfügung zu haben.

6.2.5. Aufnahme der Sättigungsspektren

Im Anschluss wiederholt sich die gleiche Prozedur für die Justierung des Pumpstrahls, um die Sättigungsspektren aufnehmen zu können. Es hat sich gezeigt, dass es geschickt ist, das Spektrum zunächst für die Doppel-Gaszelle aufzunehmen. Wird die Doppel-Gaszelle mit der einen Hälfte im Probe- und der anderen Hälfte in den Referenzstrahl gebracht, wobei der Pumpstrahl noch abgedeckt ist, so sollten beide Pohotodioden der differenziellen Photodiode jeweils die gleiche Intensität registrieren und die gemessene Differenz sollte Null sein. Durch eine nicht perfekte 50:50-Teilung des Strahlteilerwürfels in den Probe- und Referenzstrahl sowie durch Ungenauigkeiten bei der Justierung (u.U. fällt nicht das gesamte Licht auf die optisch aktiven Flächen der Photodioden) ist das Signal der einen Photodiode in der Regel um einen bestimmten Faktor größer als das der anderen. Dies kann durch die Verstärkungsfaktoren G_1 bzw. G_2 an der differenziellen Photodiode ausgeglichen werden.

Wird anschließend zusätzlich der Pumpstrahl hinzugenommen, so können die Intensitäten von Probe-/Referenz- und Pumpstrahl abgeglichen werden. Für ein Spektrum mit möglichst sauber getrennten Sättigungsspitzen darf die Intensität des Pumpstrahls nicht zu groß sein (Sättigungsverbreiterung!) und die des Probestrahls muss klein im Vergleich zur Intensität des Pumpstrahls sein, um selbst keine Sättingung zu bewirken (vgl. Abbildung 4, unten).

Zuletzt wird die Doppel-Gaszelle wieder durch die einfache Gaszelle ausgetauscht und nur die differenzielle Photodiode, nicht aber die Intensitäten der Lasersteilstrahlen, erneut abgeglichen (vgl. Abbildung 4, Mitte).

6.2.6. Beobachtung kohärenter Dunkelzustände

Die Doppel-Gaszelle aus dem vorherigen Versuchsteil wird wieder abmontiert und an ihre Stelle die Spule mit μ-Metall-Abschirmung (gegen störende Magnetfelder in der Umgebung des Versuchs) gebracht. Die Spule hat folgende Parameter:

- Wingungszahl: $N = 380$
- Länge: $l = 339{,}5\,\text{mm}$

Für ihr Magnetfeld gilt (lange Spule):

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I.$$

In der Spule befindet sich zentral eine kleine Gaszelle, die, wie die große Variante bei der Absorptionsspektroskopie, mittig vom Probestrahl durchstrahlt werden muss. Dann erfolgt der Abgleich der differenziellen Photodiode ebenfalls wie bei der Absorptionsspektroskopie. Im Anschluss muss die Frequenz des Lasers durch sukzessives Verringern der Amplitude und Nachregeln des Offsets an der Scan Control Einheit auf die Frequenz des Doppler-verbreiterten Profils von ^{85}Rb mit Grundzustand $F = 2$ eingestellt werden, bis die Amplitude den Wert 0 hat.

An die Spule wird eine Dreiecksspannung angelegt, die von dem Digital-Analog-Wandler der Messkarte generiert und von einem Stromtreiber verstärkt wird. Der Strom I durch die Spule kann über einen Ausgang am Stromtreiber gemessen (Messspannung U) und anstelle des Photodioden-Signals des Interferometers auf einen Eingang das Oszilloskop und der Messkarte gegeben werden. Der Strom (x-Achse) wird gegen das Signal der differenziellen Photodiode (y-Achse) aufgetragen. Über Nachregeln des Offsets an der Scan Control Einheit, der Verstärkung der Photodiode und der Amplitude der Dreiecksspannung muss das Signal abschließend optimiert werden, bis eine deutliche Spitze in der Mitte des sonst konstanten Signals zu erkennen ist. Zuletzt kann wieder eine Aufnahme mit dem PC erfolgen.

Für die aufgenommenen Daten sind folgende Beziehungen von Bedeutung:

- Umrechung eines Messwerts $N \in \{-2048, \ldots, 2047\}$ der Messkarte in die zugehörige Spannung U:
$$U = \frac{N}{2048} \cdot U_{\mathrm{max}}$$
mit der Maximalspannung U_{max} im eingestellten Messbereich (notieren!).
- Umrechung der Messspannung U am Stromtreiber in den Spulenstrom I:
$$I = 2\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}} \cdot U. \tag{6.1}$$

6.3. Aufgabenstellung

- Bestimmen Sie die Finesse des Fabry-Pérot-Interferometers und vergleichen Sie sie mit dem theoretischen Wert.
- Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit der Rubidium-Atome in der Gaszelle aus dem Doppler-verbreiterten Spektrum und vergleichen Sie sie mit ihrem theoretischen Wert.
- Ordnen Sie den Spitzen im Spektrum der Sättigungsspektroskopie die Übergänge und Überkreuzungs-Signale zu.
- Bestimmen Sie die in Abbildungen 22 und 23 angegebenen Abstände der Energieniveaus aus einem Spektrum der Sättigungsspektroskopie. Nutzen Sie dabei das Transmissionsspektrum des Fabry-Pérot-Interferometers als Frequenz-Maßstab. Vergleichen Sie die experimentellen Werte abschließend mit den in obigen Abbildungen angegebenen Werten.
- Plotten Sie die Messkurve der transmittierten Intensität aus dem Versuchsteil zu den kohärenten Dunkelzuständen in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

A. Herleitungen zu Linienbreiten

Im Folgenden werden zusätzliche Herleitungen der in Abschnitt A angegebenen Formeln zu den Verbreiterungsmechanismen von Linienprofilen angegeben. Dieser Abschnitt ist fakultativ und orientiert sich an [Dem00, Kapitel 2 und 3], weswegen im Folgenden auf Einzelverweise auf diese Quelle verzichtet wird.

A.1. Dispersion und Absorption

Wird ein Gas aus Atomen mit Licht der spektralen Intensität $I(\omega)$ durchstrahlt und anschließend das Spektrum der Intensität erneut vermessen, so stellt man fest, dass die Intensität des Lichts gerade bei den Frequenzen $\omega_{ik} = (E_i - E_k)/\hbar$, die einem Übergang der Atome vom Zustand i mit der Energie E_i in den Zustand k mit der Energie E_k entsprechen, eine Abschwächung erfahren hat. Dies liegt daran, dass Photonen der entsprechenden Übergangsfrequenzen ω_{ik} von den Atomen absorbiert wurden und sich der größte Teil der anschließend wieder (z.B. isotrop) emittierten Photonen nicht mehr in Ausbreitungsrichtung des ursprünglichen Lichts bewegt, also auch nicht in der Messung erfasst wird. Die absorbierte Energie bei einer Frequenz ν_{ik} ist proportional zu der Besetzungsdichte N_i der Atome im Zustand i.

Im Folgenden soll das Absorptionsspektrum mit Hilfe des klassischen *Oszillatormodells* beschrieben werden. Dabei wird ein Elektron eines *ruhenden* Atoms als durch ein gedämpftes harmonisches Potential gebunden betrachtet, das vom dem elektrischen Feld $\vec{E} = E_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\hat{\vec{e}}_x$ des eingestrahlten Lichts angeregt wird:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + Dx = qE_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}.$$

Mit der Dämpfungskonstante $\gamma := b/m$ und der Eigenfrequenz des ungedämpften Oszillators $\omega_0 := \sqrt{D/m}$ erhalten wir die Lösung der Differentialgleichung zu

$$x(t) = x_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \quad \text{mit} \quad x_0 = \frac{qE_0}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + \mathrm{i}\gamma\omega\right)}.$$

Ein schwingendes Elektron erzeugt ein induziertes Dipolmoment $p_{\mathrm{el}} = qx$, womit ein Medium mit einer Oszillatordichte N eine elektrische Polarisation

$$P = Np_{\mathrm{el}} = \frac{Nq^2E_0}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + \mathrm{i}\gamma\omega\right)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{A.1}$$

hat. Andererseits gilt für die Polarisation

$$P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \varepsilon_0\left(n^2 - 1\right)E. \tag{A.2}$$

Das letzte Gleichheitszeichen ist dabei nur in Abwesenheit magnetischer Materialien ($\mu = 1$) gültig. Aus Gleichungen (A.1) und (A.2) erhalten wir den (komplexen) Brechungsindex

$$n^2 = 1 + \frac{Nq^2}{\varepsilon_0 m\left(\omega_0^2 - \omega^2 + \mathrm{i}\gamma\omega\right)}. \tag{A.3}$$

Um die Auswirkung eines komplexen Brechungsindex zu untersuchen, wird der Brechungsindex in Real- und Imaginärteil zerlegt: $n =: n_\mathrm{r} + \mathrm{i}n_\mathrm{i}$. Wir betrachten nun eine elektromagnetische Welle $\vec{E}$ mit Frequenz ω und Wellenzahl k im Vakuum bzw. nk im Medium, die sich in z-Richtung ausbreitet:

$$E = \begin{cases} E_0 e^{\mathrm{i}(kz+\omega t)} & \text{(im Vakuum)} \\ E_0 e^{\mathrm{i}(nkz+\omega t)} = E_0 e^{-n_\mathrm{i}kz} e^{\mathrm{i}(n_\mathrm{r}kz+\omega t)} & \text{(im Medium)} \end{cases}.$$

Neben einer Dispersion, die durch den Realteil des Brechungsindex n_r gegeben ist, tritt somit im Medium zusätzlich eine Absorption, verursacht durch den Imaginärteil n_i, auf. Nach einer Strecke $1/(n_\mathrm{i}k)$ im Medium ist die Amplitude der Welle um den Faktor $1/e$ verringert.

Für Gase gilt in sehr guter Näherung $n \approx 1$, wodurch eine Zerlegung

$$n^2 - 1 = (n-1)(n+1) \approx 2(n-1)$$

gerechtfertigt ist. Damit erhalten wir für den Real- bzw. Imaginärteil unseres Brechungsindex aus Gleichung (A.3):

$$n_\mathrm{r} = 1 + \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}, \tag{A.4a}$$

$$n_\mathrm{i} = \frac{Nq^2}{2\varepsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}. \tag{A.4b}$$

Für den Fall $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$, können die beiden Gleichungen (A.4) weiter vereinfacht werden:

$$n_\mathrm{r} = 1 + \frac{Nq^2}{4\varepsilon_0 m\omega_0} \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}, \tag{A.5a}$$

$$n_\mathrm{i} = \frac{Nq^2}{4\varepsilon_0 m\omega_0} \frac{\gamma/2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}. \tag{A.5b}$$

In dieser Näherung ist n_i eine *Lorentz-Kurve* mit der Halbwertsbreite γ. In Abbildung 31 sind beide Funktionen (A.5), auch als *Dispersionsrelationen* bezeichnet, grafisch dargestellt.

Da wir nicht direkt die Amplitude $\vec{E}$ der elektromagnetischen Wellen des Lichts, sondern stets die Intensität $I(\omega)$ (proportional zum Betragsquadrat der Amplitude) messen, erhalten wir für die Intensität $I(z,\omega)$ nach Durchlaufen der Strecke z im Medium das *Absorptionsgesetz*

$$I(z,\omega) = \text{const.} \cdot |\vec{E}|^2 = \text{const.} \cdot E_0^2 e^{-2n_\mathrm{i}(\omega)kz} = \text{const.} \cdot E_0^2 e^{-(2n_\mathrm{i}(\omega)\omega/c)z} =: I_0 e^{-\alpha z}, \tag{A.6}$$

wenn $I_0 = I(z=0,\omega)$ die Intensität vor Durchlaufen des Mediums und $\omega = ck$ die Frequenz bezeichnen. Daraus lesen wir für den *Absorptionskoeffizienten* α ab:

$$\alpha(\omega) = \frac{2\omega}{c} n_\mathrm{i} = \frac{Nq^2}{4c\varepsilon_0 m\omega_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}. \tag{A.7}$$

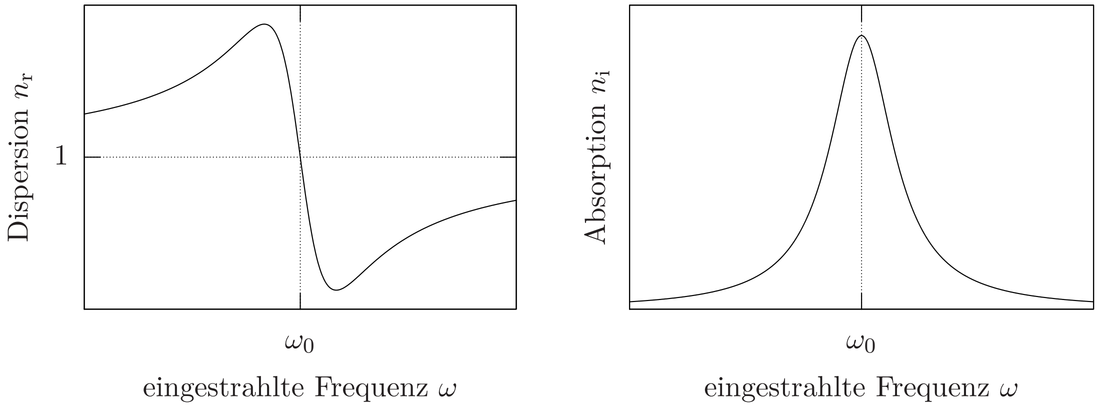

Abbildung 31: Dispersion und Absorption in Abhängigkeit der eingestrahlten Frequenz

Das zweite Gleichheitszeichen gilt dabei in den Näherungen $n \approx 1$ und $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$. Gehen wir im Weiteren zum einen davon aus, dass $\omega_0 \gg \gamma/2$, dann kann im Zähler des Bruchs aus Gleichung (A.7) die Ersetzung $\omega \to \omega_0$ vorgenommen werden:

$$\alpha(\omega) = \frac{Nq^2}{c\varepsilon_0 m\gamma} \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2}. \tag{A.8}$$

Zum anderen soll die Absorption schwach sein, $\alpha(\omega)z \ll 1$, womit die Exponentialfunktion in Gleichung (A.6) entwickelt werden kann und wir für die absorbierte Intensität

$$I_0 - I(z,\omega) = I_0 z\alpha(\omega) = I_0 z \frac{Nq^2}{c\varepsilon_0 m\gamma} \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\gamma/2)^2} \tag{A.9}$$

erhalten. Die Intensitätsverteilung $I(z,\omega)$ hat somit eine „Delle“ im Bereich um ω_0, die wie $\alpha(\omega)$ einer Lorentz-Kurve folgt.

Da ein reales Atom mehr als einen Übergang besitzt, kann obiges Modell durch Einführen sogenannter *Oszillatorstärken* f_{jk} für jeden Übergang vom Zustand E_j in einen anderen Zustand E_k verallgemeinert werden:

$$n_{\mathrm{r},j} = 1 + \frac{N_j q^2}{2\varepsilon_0 m} \sum_k \frac{f_{jk}\omega_{0,jk}^2 - \omega^2}{\left(\omega_{0,jk}^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma_{jk}^2\omega^2}, \tag{A.10a}$$

$$n_{\mathrm{i},j} = \frac{N_j q^2}{2\varepsilon_0 m} \sum_k \frac{f_{jk}\gamma_{jk}\omega}{\left(\omega_{0,jk}^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma_{jk}^2\omega^2} \tag{A.10b}$$

mit der Normierungsbedingung $\sum_k f_{ik} = 1$.

A.2. Natürliche Linienbreite

Die Intensitätsverteilung $I(\omega)$ soll in diesem Abschnitt mit Hilfe des bekannten klassischen Oszillatormodells hergeleitet werden. Ein Elektron des Atoms wird durch die Gleichung

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

beschrieben. Die Lösung mit den Anfangsbedingungen $x(t=0) = x_0$, $\dot{x}(t=0) = 0$ (entspricht einem angeregten Atom) lautet

$$x(t) = x_0 e^{-(\gamma/2)t}\left(\cos\omega t + \frac{\gamma}{2\omega}\sin\omega t\right), \quad \omega := \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/4}. \tag{A.11}$$

Für praktische Fälle gilt $\gamma \ll \omega_0$ und wir können statt Gleichung (A.11) die Näherung

$$x(t) = x_0 e^{-(\gamma/2)t}\cos\omega_0 t \tag{A.12}$$

verwenden. Durch das gedämpfte Abstrahlen ist die emittierte Strahlung nicht mehr monoenergetisch. Dazu ermitteln wir die spektrale Amplitude $A(\omega)$ mit

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty A(\omega)e^{\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{d}\omega$$

als Fouriertransformierte von Gleichung (A.12) zu

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty x_0 e^{-(\gamma/2)t}\cos\omega_0 t\, e^{-\mathrm{i}\omega t}\,\mathrm{d}t.$$

Die Integration liefert mit $I(\omega) \propto |A(\omega)|^2$ für die Intensitätsverteilung

$$I(\omega) = I_0\frac{\gamma/2\pi}{(\omega-\omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \tag{A.13}$$

eine Lorentz-Kurve. Dabei wurde die Normierung so gewählt, dass für

$$g(\omega) := \frac{\gamma/2\pi}{(\omega-\omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \implies \int_0^\infty g(\omega)\,\mathrm{d}\omega = 1 \tag{A.14}$$

gilt.

A.3. Doppler-Verbreiterung

Wir vernachlässigen in der folgenden Herleitung die natürliche Linienbreite zunächst und betrachten Atome, die in ihrem Ruhsystem Photonen der exakten Frequenz ω_0 emittieren bzw. absorbieren.

Ein Atom mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ emittiere ein Photon mit der Frequenz ω_0 und dem Wellenvektor $\vec{k}_0 = (\omega_0/c)\hat{\vec{k}}$ in seinem Ruhsystem. Ein Beobachter im Laborsystem misst wegen des Doppler-Effekts in der Näherung $v \ll c$ für die Frequenz des Photons

$$\omega = \omega_0 + \vec{k}_0\cdot\vec{v} = \omega_0\left(1 + \frac{1}{c}\hat{\vec{k}}\cdot\vec{v}\right). \tag{A.15}$$

Umgekehrt hat eine im Laborsystem mit Frequenz ω und Wellenvektor $\vec{k}$ ausgesandte Welle die Frequenz

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$$

im Ruhsystem des Atoms mit Geschwindigkeit $\vec{v}$. Um absorbiert werden zu können, muss $\omega' = \omega_0$ gelten. Daraus folgt für den Absorptionsfall für die Frequenz der ausgesandten Welle

$$\omega = \omega_0 + \vec{k} \cdot \vec{v} = \omega_0 + \vec{k}_0 \cdot \vec{v} + \mathcal{O}\left(\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Somit kann in nicht-relativistischer Näherung sowohl für Absorption als auch Emission Gleichung (A.15) verwendet werden.

Betrachten wir nun nur Wellen, die in z-Richtung emittiert werden, so erhalten wir mit der z-Komponente v_z der Geschindigkeit des Atoms die Beziehung

$$\omega = \omega_0 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right). \tag{A.16}$$

Im thermischen Gleichgewicht sind die z-Komponenten der Geschwindigkeiten von Atomen eines Gases nach der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung

$$n(v_z)\mathrm{d}v_z = \frac{N}{\sqrt{\pi} v_\mathrm{w}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{v_\mathrm{w}^2}\right) \mathrm{d}v_z.$$

verteilt, wobei N die Dichte der Atome, $v_\mathrm{w} = \sqrt{2kT/m}$ die wahrscheinlichste Geschwindigkeit und $n(v_z)$ die Dichte der Atome bezeichnet, deren z-Komponente der Geschwindigkeit zwischen v_z und $v_z + \mathrm{d}v_z$ liegt. Mit Gleichung (A.16) erhalten wir daraus

$$n(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{Nc}{\sqrt{\pi} v_\mathrm{w} \omega_0} \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{v_\mathrm{w}\omega_0/c}\right)^2\right] \mathrm{d}\omega$$

für die Dichte der Atome, die im Frequenzbereich zwischen ω und $\omega + \mathrm{d}\omega$ Photonen in z-Richtung emittieren/absorbieren können, sofern wir hier unter N die Dichte der Atome im angeregten Zustand/Grundzustand verstehen.

Da die emittierte/absorbierte Intensität $I(\omega)$ proportional zu Dichte der Atome $n(\omega)$ ist, erhalten wir

$$I(\omega) = I(\omega_0) \exp\left[-\left(\frac{\omega - \omega_0}{v_\mathrm{w}\omega_0/c}\right)^2\right]. \tag{A.17}$$

Die Doppler-Verbreiterung folgt somit einer Gauß-Verteilung mit der Halbwertsbreite, der sogenannten *Doppler-Breite*,

$$\delta\omega_\mathrm{D} = 2\sqrt{\ln 2}\frac{v_\mathrm{w}\omega_0}{c} = \frac{\omega_0}{c}\sqrt{\frac{8kT\ln 2}{m}}.$$

Sie ist typischerweise etwa zwei Größenordnungen größer als die natürliche Linienbreite, die wir bislang vernachlässigt haben. Um ihr gerecht zu werden, müssen wir die Intensität aus Gleichung (A.17) mit Gleichung (A.14) falten und erhalten

$$I(\omega) = \text{const.} \cdot \int_0^\infty \frac{1}{(\omega-\omega')^2 + (\gamma/2)^2} \exp\left[-\left(\frac{\omega'-\omega_0}{\delta\omega_\mathrm{D}/2\sqrt{\ln 2}}\right)^2\right] \mathrm{d}\omega'$$

bzw. entsprechend für den Absorptionskoeffizienten

$$\alpha_\mathrm{D}(\omega) = \text{const.} \cdot \int_0^\infty \frac{1}{(\omega-\omega')^2 + (\gamma/2)^2} \exp\left[-\left(\frac{\omega'-\omega_0}{\delta\omega_\mathrm{D}/2\sqrt{\ln 2}}\right)^2\right] \mathrm{d}\omega'. \tag{A.18}$$

Das Resultat ist ein *Voigt-Profil*, das sich aber für viele praktische Fälle mit $\gamma \ll \delta\omega_\mathrm{D}$ nur unmerklich von einem Gauß-Profil unterscheidet.

A.4. Sättigungsverbreiterung

Wir betrachten den einfachen Fall des Übergangs zwischen zwei nicht entarteten Niveaus $E_2 > E_1$ mit Besetzungsdichten N_1 bzw. N_2 eines Esembles (zunächst ruhender) Atome. Sei $P = B_{12}\varrho(\nu) = B_{21}\varrho(\nu)$ die Pumpwahrscheinlichkeit. Mit R_{12} bzw. R_{21} bezeichnen wir hier die Relaxationswahrscheinlichkeit für den Übergang $1 \to 2$ bzw. $2 \to 1$. Für das System aus Abschnitt 1.1 wäre $R_{12} = 0$ und $R_{21} = A_{21}$ zu setzen, hier sollen aber neben der spontanen Emission z.B. auch An-/Abregung durch Stöße zugelassen werden, sodass $R_{12} \neq 0$ sein kann und die neuen Variablen eingeführt werden.

Für die Änderung der Besetzungsdichten gilt im thermischen Gleichgewicht

$$\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = -(P + R_{12})N_1 + (P + R_{21})N_2 \stackrel{!}{=} 0.$$

Unter Ausnutzung der Teilchenzahlerhaltung $N_1 + N_2 = N$ erhalten wir daraus

$$N_1 = \frac{P + R_{21}}{2P + R_{12} + R_{21}} N \quad \stackrel{P=0}{\Longrightarrow} \quad N_{10} := \frac{R_{21}}{R_{12} + R_{21}}, \tag{A.19a}$$

$$N_2 = \frac{P + R_{12}}{2P + R_{12} + R_{21}} N \quad \stackrel{P=0}{\Longrightarrow} \quad N_{20} := \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{21}}. \tag{A.19b}$$

Mit den Abkürzungen $\Delta N := N_1 - N_2$ und $\Delta N_0 := N_{10} - N_{20}$ erhalten wir aus Gleichungen (A.19)

$$\Delta N = \frac{\Delta N_0}{1 + S} \quad \text{mit} \quad S := \frac{P}{(R_{12} + R_{21})/2} = \frac{P}{\bar{R}}. \tag{A.20}$$

Dabei ist S der *Sättigungsparameter*, der als Quotient aus Pumpwahrscheinlichkeit P und mittlerer Relaxationswahrscheinlichkeit $\bar{R} := (R_{12} + R_{21})/2$ definiert ist.

Für den Absorptionskoeffizienten α gilt

$$\alpha = \sigma \Delta N, \tag{A.21}$$

wobei σ den Absorptionsquerschnitt für den Übergang $1 \to 2$ bezeichnet. Wir erhalten mit Gleichung (A.20)

$$\alpha = \sigma \frac{\Delta N_0}{1 + S} =: \frac{\alpha_0}{1 + S}. \tag{A.22}$$

Im Grenzfall einer sehr großen Pumpwahrscheinlichkeit $P \to \infty$ können wir aus Gleichung (A.22) sofort ablesen, dass $\alpha \to 0$ und das Medium somit transparent wird.

A.4.1. Homogene Sättigung

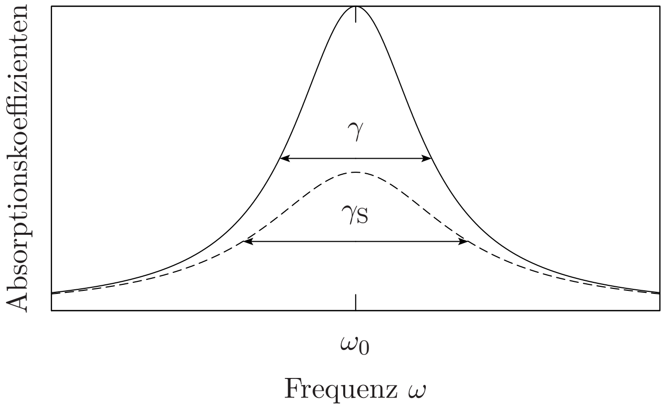

Abbildung 32: Homogen verbreitertes Linienprofil im Vergleich zu Lorentz-Profil der natürlichen Linienbreite

Nun betrachten wir einen mit einem intensiven monochromatischen Pumpstrahl der Frequenz ω homogen verbreiterten Übergang. Die Atome sollen sich in Ruhe befinden. Die Pumpwahrscheinlichkeit $P(\omega)$ folgt einer Lorentzverteilung, womit sich für den Sättigungsparameter

$$S(\omega) = S_0 \frac{(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad \text{mit} \quad S_0 = S(\omega_0) \tag{A.23}$$

ergibt. Da die absorbierte Intensität $I(\omega)$ nichts anderes als die absorbierte Leistung pro Fläche F ist, können wir mit Gleichungen (A.20) und (A.23) schreiben:

$$I(\omega) = \frac{\hbar\omega P \Delta N}{F} = \frac{\hbar\omega \Delta N_0 \bar{R}}{F} \frac{S(\omega)}{1 + S(\omega)} = \frac{\hbar \Delta N_0 \bar{R} S_0}{F} \frac{\omega(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2(1 + S_0)}.$$

Vergleichen wir dies mit den Ergebnissen aus Abschnitt A.1, so erhalten wir für den Absorptionskoeffizienten mit Sättigungsverbreiterung

$$\alpha_S(\omega) = \alpha(\omega_0) \frac{\omega(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2(1 + S_0)} := \frac{\omega(\gamma/2)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma_S/2)^2}.$$

Die Linienbreite ist um den Faktor $\sqrt{1 + S_0}$ größer als die natürliche Linienbreite:

$$\delta\omega_S = \gamma_S = \gamma\sqrt{1 + S_0}.$$

Gleichzeitig liegt das Maximum nun nur noch bei $\alpha(\omega_0)/(1 + S_0)$. Eine grafische Veranschaulichung ist Abbildung 32 zu entnehmen.

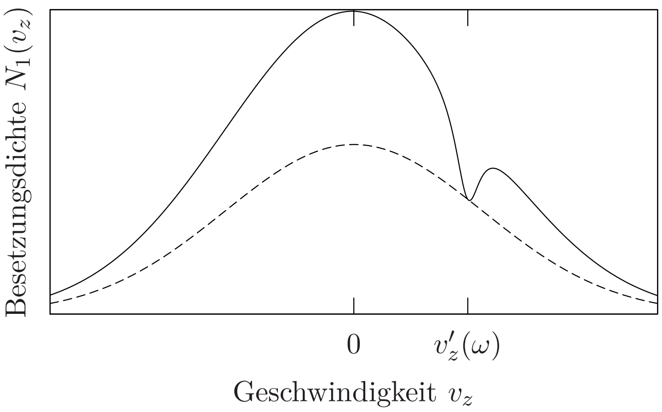

Abbildung 33: Bennet-Loch in der Besetzungsdichte eines inhomogen verbreiterten Linienprofils; die gestrichelte Kurve ist proportional zum gemessenen Linienprofil

A.4.2. Sättigung eines inhomogen verbreiterten Linienprofiles

Lassen wir im Gegensatz zum vorherigen Abschnitt zu, dass die Geschwindigkeit der Atome einer Maxwell-Verteilung folgt, so erhalten wir wie in Abschnitt A.3 zusätzlich eine Doppler-Verbreiterung.

Daher müssen wir im Integrand in Gleichung (A.18) die Substitution $\gamma \to \gamma_\mathrm{S}$ vornehmen. Das Ergebnis für $\gamma_\mathrm{S} \ll \delta\omega_\mathrm{D}$ ist eine gestauchte Gauß-Verteilung:

$$\alpha_\mathrm{S}(\omega) = \frac{\alpha(\omega)}{\sqrt{1+S_0}} = \frac{\alpha(\omega_0)}{\sqrt{1+S_0}} \exp\left[-\left(\frac{\omega-\omega_0}{\delta\omega_\mathrm{D}/2\sqrt{\ln 2}}\right)^2\right].$$

Durch das Einstrahlen einer intensiven monochromatischen Lichtwelle der Frequenz ω wird die Besetzungsdichte $N_1(v_z)$ für Atome, die durch ihre Geschwindigkeit mit der Lichtwelle in Resonanz verschoben sind, reduziert, während die Besetzungsdichte $N_2(v_z)$ für diese Geschwindigkeitsklasse erhöht ist. Die im ungesättigten Fall Gauß-förmige Besetzungsdichte $N_1(v_z)$ hat daher jetzt um

$$v'_z(\omega) = \frac{c}{\omega_0}(\omega - \omega_0)$$

(vgl. Gleichung (A.16)) eine Lorentz-förmige Einbuchtung, das *Bennet-Loch*. Dies ist in Abbildung 33 grafisch dargestellt. Da bei einer Variation der Frequenz ω immer ein Bennet-Loch um die jeweilige Geschwindigkeit $v'_z(\omega)$ erzeugt wird, messen wir trotzdem wieder einen Gauß-förmigen Absorptionskoeffizienten $\alpha_\mathrm{S}(\omega) \propto N_1(v'_z(\omega))$, der allerdings gestaucht ist (siehe gestrichelte Kurve in Abbildung 33).

Das Bennet-Loch kann allerdings nachgewiesen werden, wenn wir das Gas aus Atomen neben einem intensiven *Pumpstrahl* mit fester Frequenz ω mit einem schwachen *Probestrahl* variabler Frequenz durchstrahlen. Durch die teilweise Sättigung im Frequenzbereich um das Bennet-Loch wird das Medium für den Probestrahl weniger absorbierend und seine

Absorptionskurve weist die Lorentz-förmige Einbuchtung des Bennet-Lochs auf (siehe auch [Dem81, Abschnitt 3.6.2]).

Literatur

[Dem00] Wolfgang Demtröder: Laserspektroskopie – Grundlagen und Techniken. Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg, New York; 4. Auflage 2000

[Dem81] Wolfgang Demtröder: Laser Spektroscopy – Basic Concepts and Instrumentation. Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg; second corrected printing 1981 and 1982

[May80] Theo Mayer-Kuckuk: Atomphysik – Eine Einführung. Teubner; Stuttgart; 2., durchgesehene Auflage 1980

[Iba99] Harald Ibach, Hans Lüth: Festkörperphysik – Einführung in die Grundlagen. Springer-Verlag; Berlin, Heidelberg, New York; 5. Auflage 1999

[Top05] Toptica Photonics AG: DL 100 Diode Laser System Manual. March 2005

[Sch96] Ulrich Schäffner: Absorptionsspektroskopie. Sättigungsspektroskopie. Beobachtung von Quantenkohärenzen – Versuchsanleitung für das F-Praktikum. Zulassungsarbeit bei Prof. Dr. T.W. Hänsch; 02.08.1996; `http://www.mpq.mpg.de/~haensch/FQG/teaching/Anleitung_H2_Spektro.pdf`

[Roo04] Christian Roos: Hochauflösende Spektroskopie mit einem Diodenlaser. Versuchsanleitung zum FP2-Praktikum; 11.10.2004; `http://heart-c704.uibk.ac.at/LV/F-Praktikum2/Vers119.pdf`

[Lic04] Marius Licht: Anleitung zum Versuch „Laserspektroskopie am Rubidium“. Hausarbeit zur Erlangung der ersten Staatsprüfung des Lehramts; Universität Hamburg; Juli 2004

[Wei02] Matthias Weidemüller u.a.: Anleitung zum Versuch „F16 Laserspektroskopie“. Max-Planck-Institut für Kernphysik; 09.08.2002; `http://www.mpi-hd.mpg.de/ato/lasercool/FP16/Anleitung.pdf`

[Ste03] Daniel A. Steck: Rubidium 87 D Line Data. Theoretical Division (T-8), Los Alamos National Laboratory; revision 1.6, 14 October 2003; `http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/alkalidata/rubidium87numbers.pdf`

[Wyn05] Robert Wynands: Website Präzisions-Dunkelresonanz-Spektroskopie – Was sind Dunkelresonanzen? Version 07.09.2005; `http://www.iap.uni-bonn.de/dunkel/Dintro.html`

[Nuc00] Nuclear Data Evaluation Lab: Table of Nuclides. Korea Atomic Energy Research Institute; 2000; version 01.04.2006; `http://atom.kaeri.re.kr/`