Aufgabe 55

i) Aus der Gittergleichung

$$d\left(\sin\left(\alpha\right)+\sin\left(\beta\right)\right)=m\lambda \tag{1}$$

folgt für $m=1$ und $\alpha=30°$ bereits

$$\sin\left(\beta\right)=\frac{\lambda}{d}-\sin\left(\alpha\right)=-0.02 \tag{2}$$

Daraus erhalten wir, dass $\beta=-1.3°$ ist. Bezogen auf den Einfallswinkel, liegt der Beugungswinkel auf der anderen Seite der Gitternormalen. Der Winkel des geneigten Strahls gegen den einfallenden Strahl ist

$$\Delta\varphi=\alpha-\beta=31.3° \tag{3}$$

Aufgrund von

$$\sin\left(\beta\right)^{(2)}=2\frac{\lambda}{d}-\sin\left(\alpha\right)=0.46 \tag{4}$$

gibt es auch eine zweite Ordnung.

ii) Der Blazewinkel ist

$$\Theta=\frac{\alpha+\beta}{2}=14.35° \tag{5}$$

iii) Der Winkelunterschied $\Delta\beta$ berechnet sich aus

$$\sin\left(\beta_1\right)-\sin\left(\beta_2\right)=\frac{\lambda_1-\lambda_2}{d}=10^{-3}\text{rad} \tag{6}$$

Damit folgt für $\beta_1=-1.3°$ sofort $\beta_2=-1.241°$.

iv) Der laterale Abstand der beiden Spaltbildmitten $b\left(\lambda_1\right)$ und $b\left(\lambda_2\right)$ ist

$$\Delta b=f\cdot\Delta\beta=1mm \tag{7}$$

Bei einem 10×10 mm Gitter ist die beugungsbedingte Fußpunktsbreite des Spaltbildes

$$\Delta b=2\cdot\frac{\lambda}{d}\cdot f\approx 0.1\text{mm} \tag{8}$$

Die Spaltbreite des Eintrittspaltes darf daher höchstens 0.9mm sein.

Aufgabe 56

Die Phasendifferenz zwischen an den beiden Grenzschichten Luft-Öl und Öl- Wasser reflektierten Teilwellen ist aufgrund des Phasensprungs gegeben durch

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s-\pi \tag{9}$$

Für konstruktive Interferenz muss $\Delta\varphi = 2m\pi$ sein

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{2m+1}{2}\lambda_0 \tag{10}$$

Da $\Delta s = 2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin(\alpha)^2}$ folgt mit $\lambda_0 = 500\text{nm}$

$$d = \frac{\Delta s}{\sqrt{n^2 - \sin(\alpha)^2}} = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0}{\sqrt{n^2 - \sin(\alpha)^2}} \tag{11}$$

Für $m = 0$, d.h für $\alpha = 45°$ ist

$$d = \frac{2.5 \times 10^{-7} m}{\sqrt{1.6^2 - 0.5}} = 0.174 \mu m \tag{12}$$

Aufgabe 57

Bei senkrechtem Einfall ist der Wegunterschied zwischen zwei Randstrahlen bei einem Beugungswinkel Θ

$$\Delta s = b \cdot \sin(\Theta) \tag{13}$$

und bei schrägem Einfall unter Winkel α_0 erhält man

$$\Delta s = b \cdot (\sin(\Theta) - \sin(\alpha_0)) = \Delta_2 - \Delta_1 \tag{14}$$

Das zentrale Beugungsmaximum erscheint bei $\Theta_0 = \alpha_0$, und das ± 1 Beugungsmaximum bei

$$\frac{b}{\lambda}(\sin(\Theta) - \sin(\alpha_0)) = \pm 1 \Rightarrow \sin(\Theta_{1,2}) = \pm\frac{\lambda}{b} + \sin(\alpha_0) \tag{15}$$

Die Winkelbreite der zentralen Beugungsanordnung ist jetzt

$$\Delta\Theta = \Theta_1 - \Theta_2 = \arcsin\left(\sin(\alpha_0) + \frac{\lambda}{b}\right) - \arcsin\left(\sin(\alpha_0) - \frac{\lambda}{b}\right) \tag{16}$$

Mit den Werten $\alpha = 30°$ und $\frac{\lambda}{b} = 0.2$ folgt

$$\Delta\Theta = 44.4° - 17.6° \approx 26.8° \tag{17}$$

während für $\alpha_0 = 0°$ gilt $\Delta\Theta_0 = 25.6°$.