Aufgabe 35

a) Im ruhenden System muss O in der Mitte zwischen A und B sitzen. Dies gilt auch, wenn sich A,B und O mit der gleichen, zeitlich konstanten Geschwindigkeit v bewegen.

b) Wenn sich O' mit v_x gegen die Strecke $\overline{AB}$ bewegt, misst er das gleichzeitige eintreffen beider Lichtimpulse im Punkte C, wenn C von A um $\left(\frac{L}{2}\right)\left(1-\frac{v}{c}\right)$ entfernt ist, also näher an A als an B liegt.

Aufgabe 34

Für den Lorentzfaktor γ gilt

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Da $v = 0.8c$ gegeben ist, folgt bereits $\gamma = \frac{5}{3}$. Die Reisezeit nach der Messung von B ist dann $T = \frac{2L}{v} = 10a$, nach Messung von A gilt $T' = \frac{1}{\gamma}\frac{2L}{v} = 6a$. Damit folgt für die von B ausgesandten Signale $N = f \cdot T = 10$. Für die von A ausgesandten Signale gilt jedoch $N' = f \cdot T' = 6$. Für die von A empfangenen Signale auf der Hinreise gilt $N_1' = \frac{L}{v}(1-\beta) = 5 \cdot 0.2 = 1$. Für die empfangenen Signale auf der Rückreise gilt $N_2' = \frac{L}{v}(1+\beta) = 5 \cdot 1.8 = 9$.

Aufgabe 35

a) Für die relativistische Energie E gilt

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma E_0$$

Die kinetische Energie ist gegeben durch

$$E_{kin} = E - E_0 \Rightarrow E = E_{kin} + E_0 = (\gamma+1)\,E_0 = \left(\frac{2}{3}+1\right)E_0 = \frac{5}{3}E_0$$

Wir erhalten v aus γ mittels

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \Rightarrow 1-\beta^2 = \frac{1}{\gamma^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}$$

$$\beta = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{4}{5} = \frac{v\left(\pi^+\right)}{c} \Rightarrow v\left(\pi^+\right) = \frac{4}{5}c$$

b) Im Eigensystem des Mesons ist die Lebenszeit $T = 2.5 \times 10^{-8}s$. Nach der Teilaufgabe a) wissen jedoch, dass $v\left(\pi^+\right) = \frac{4}{5}c$ ist. Mit der Lorentztransformation ergibt dies

$$ct' = \gamma\,(ct - \beta x) \quad , \quad x' = \gamma\,(x - \beta ct) \Rightarrow x = \beta ct$$

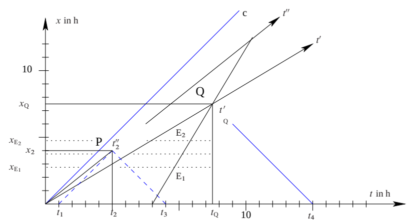
$$ct' = \gamma\left(ct - \beta^2 ct\right) = \gamma ct\left(1-\beta^2\right) = \frac{ct}{\gamma} \Rightarrow T_R = \gamma T$$

Für die Flugstrecke im Raumschiff gilt

$$x_R = v\left(\pi^+\right) \cdot T_R = v\left(\pi^+\right)\gamma T \Rightarrow x_R = 10m$$

Aufgabe 36

a) Aus der Aufgabenstellung folgt $v_1 = 0.6\text{c}$ und $v_2 = 0.8\text{c}$.



b) Es ist $v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}$ die Geschwindigkeit des Raumschiffs R_2 im Erdsystem. Lorentztransformation in das System S' ergibt

$$ct' = \gamma\left(ct - \beta x\right) \quad , \quad x' = \gamma\left(x - \beta ct\right) \Rightarrow \frac{x'}{ct'} = \frac{x - \beta ct}{ct - \beta x} = \frac{\frac{x}{t} - \beta c}{c - \beta x}$$

und somit

$$v_2' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - \beta c}{1 - \frac{\beta}{c}\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{v_2 - v_1}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Einsetzen der Zahlenwerte liefert, dass das Raumschiff R_2 im System des Raumschiffes R_1 die Geschwindigkeit $v_2' = \frac{5}{13}\text{c}$ hat.

c) Dem Minkowski-Diagramm entnimmt man einen linearen Zusammenhang zwischen t und t'

$$t_2'' = kt_1 \quad , \quad t_3 = kt_2'' \Rightarrow t_3 = k^2 t_1$$

Es gilt mit $x_2 = c\left(t_2 - t_1\right)$ und $t_2 = \frac{1}{2}\left(t_3 + t_1\right)$

$$x_2 = c\left(\frac{t_3}{2} + \frac{t_2}{2} - \frac{t_2}{2}\right) = \frac{c}{2}\left(t_3 - t_1\right)$$

und damit

$$v_2 = \frac{x_2}{t_2} = c\frac{t_3 - t_1}{t_3 + t_1}$$

Einsetzen von $t_3 = k^2 t_1$ ergibt

$$v_2 = c\frac{k^2-1}{k^2+1} \Rightarrow k^2 v_2 + v_2 = ck^2 - c \Rightarrow k^2\left(c - v_2\right) = c + v_2$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{c+v_2}{c-v_2}$$

Einsetzender Zahlenwerte liefert $t_3 = 9h$.