



---

## Experiment (5 P)

Erläutern Sie den Versuch und erklären Sie warum das Elektroskop im Faradaykäfig keine Ladung misst.

Der Faradaysche Käfig (auch Faradaykäfig) ist eine allseitig geschlossene Hülle aus einem elektrischen Leiter (z. B. Drahtgeflecht oder Blech), die als elektrische Abschirmung wirkt. Bei äußeren statischen oder quasistatischen elektrischen Feldern bleibt der innere Bereich infolge der Influenz feldfrei. Deshalb misst das Elektroskop keine induzierte Ladung.

---

## Kurzfragen (25 P)

- Nennen Sie das Biot-Savart Gesetz und erläutern Sie dies. (2 P)

Das Biot-Savart-Gesetz beschreibt das Magnetfeld bewegter Ladungen. Es stellt einen Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte  $\mathbf{B}$  und der elektrischen Stromstärke  $I$  her und erlaubt die Berechnung räumlicher magnetischer Feldstärkenverteilungen anhand der Kenntnis der räumlichen Stromverteilungen:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3},$$

wobei  $\mathbf{r}$  die Verschiebung von  $I$  nach  $d\mathbf{B}$  und  $d\mathbf{l}$  die Richtung der Stromdichte sind.

- Nennen Sie das elektrische Feld einer Flächenladung und erläutern Sie dies. (2 P)

Das elektrische Feld einer Flächenladung ist normal zur Fläche und beträgt

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0},$$

wobei  $\sigma$  die Ladungsdichte ist. Man kann dieses Resultat mit Gauss Gesetz leicht erläutern. Nehmen Sie eine geschlossene Integrationsfläche durch die geladene Fläche, betrachten Sie die Symmetrie des Systems für die Berechnung des Integrals.

- Nennen Sie die potentielle Energie eines elektrischen Dipols in einem homogen elektrischen Feld und erläutern Sie diese. (3 P)

Die potentielle Energie  $U$  eines elektrischen Dipols  $\mathbf{p}$  in einem homogen elektrischen Feld  $\mathbf{E}$  lautet

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}.$$

Das Dipol wird sich orientieren um die potentielle Energie zum Minimum zu bringen.

Name: \_\_\_\_\_

- Erläutern Sie allgemein den Unterschied zwischen elektrostatischen und magnetischen Feldern mit Hilfe einer Skizze (Feldlinien). (2 P)

Die Feldlinien des elektrostatischen Feldes sind nie geschlossen sondern beginnen und enden immer in einer positiven bzw. negativen Ladung. Das Feld ist deshalb konservativ ( $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ). Die magnetischen Feldlinien sind immer geschlossen, weil es keine magnetischen Monopole gibt. Das Magnetfeld ist deshalb nicht konservativ ( $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$ ).

- Was ist der magnetische Dipol? (2 P)

Ein magnetischer Dipol ist die einfachste beobachtete Form, in der Magnetismus auftritt, weil keiner magnetische Monopol gibt. Ein magnetischer Dipol betrachtet z.B. eine Spule mit Stromstärke  $I$  und Fläche  $A$  mit Normalvektor  $\hat{\mathbf{n}}$ :  $\vec{\mu} = AI\hat{\mathbf{n}}$ .

- Erläutern Sie die Lorentz Kraft. Ist die Kraft konservativ? (2 P)

Die Lorentzkraft ist die Kraft, die eine Ladung in einem magnetischen oder elektrischen Feld erfährt. Ein Magnetfeld übt dabei Kraft auf bewegte Ladungen aus, während ein elektrisches Feld auf bewegte und unbewegte Ladungen gleichermaßen wirkt:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Sie ist nach dem niederländischen Mathematiker und Physiker Hendrik Antoon Lorentz benannt. Die magnetische Komponente der Kraft ist am größten, wenn die Bewegungsrichtung der Ladung senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft, und gleich Null, wenn die Ladung sich entlang einer Feldlinie bewegt. Sie wirkt immer senkrecht zur Bewegungsrichtung der Ladung und zu den Magnetfeldlinien. Ihre Wirkungsrichtung kann mit der Drei-Finger-Regel bestimmt werden. Für negative Ladungen verwendet man die linke, für positive Ladungen die rechte Hand. Die elektrische Komponente der Kraft ist konservativ, weil die magnetische Komponente ist nicht konservativ.

- Nennen Sie die mittlere Leistung für einen Wechselstromkreis und erläutern Sie diese. Welche Rolle spielt die Phase? (3 P)

Die mittlere Leistung  $P$  des Wechselstromes ist gleich der halben Maximalleistung mal der Cosinus der Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke:

$$P = \frac{U_0 I_0}{2} \cos(\Delta\phi).$$

Kapazitive und induktive Impedanzen können die Phase zwischen Spannung und Stromstärke ändern. Zum Beispiel, wenn der Cosinus null ist, wird die Leistung auch null.

Definiert man die Effektivwerte  $U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$  und  $I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ . Die Messgeräte (Voltmeter,

Amperemeter) zeigen schon automatisch die Effektivwerte an. Maximalwerte kann man mit Hilfe eines Oszillographen (Oszilloskop) messen.

- Erläutern Sie den Verschiebungsstrom. (3 P)

Name: \_\_\_\_\_

Der Verschiebungsstrom ist der Teil des elektrischen Stromes, der durch die zeitliche Änderung des elektrischen Flusses gegeben ist.

$$I = \int_A \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{A}$$

Er wurde von James Clerk Maxwell als nötiger Zusatzterm im ampèreschen Gesetz erkannt.

- Warum ist das elektrische Feld eines schwingenden elektrischen Dipols proportional zur  $1/r$  für  $r \gg \lambda$ . (3 P)

Für  $r \gg \lambda$  ist die Verspätung  $r/c$  relevant für die Ausbreitung der elektromagnetischen Welle. Weil das strahlende elektrische Feld proportional zur zeitliche Ableitung des Vektorpotentials ist,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi r} \frac{d}{dt} \mathbf{p}(t - r/c) \text{ und } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \text{ wird } \mathbf{E} \propto \frac{\ddot{\mathbf{p}}}{r}.$$

- Erläutern Sie das Huygens-Fresnel Prinzip (3 P).

Das Huygenssche Prinzip bzw. Huygens-Prinzip, auch Huygens-Fresnelsches Prinzip genannt (nach Christiaan Huygens und Augustin Jean Fresnel), besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer neuen Welle, der so genannten Elementarwelle, betrachtet werden kann. Die neue Lage der Wellenfront ergibt sich durch Überlagerung (Superposition) sämtlicher Elementarwellen. Aus dem Huygensschen Prinzip folgen viele Spezialfälle, wie Beugungserscheinungen im Fernfeld (Fraunhoferbeugung) oder Nahfeldbeugung (Fresnelbeugung).

## Rechenteil (40 P)

### • ELEKTROSTATIK (8 P)

#### A) Potential einer homogen geladenen Kugel (4 P)

Berechnen Sie das  $E$ -Feld innerhalb einer nichtleitenden Kugel mit Radius  $R$ , die eine homogen verteilte Ladung  $q$  trägt. Im Folgenden sei der Nullpunkt des Potentials  $\phi = 0$  im Mittelpunkt der Kugel definiert.

1. Bestimmen Sie das elektrische Potential  $\phi(r)$  innerhalb der Kugel
2. Wie groß ist die Potentialdifferenz zwischen einem Punkt auf der Oberfläche und dem Mittelpunkt der Kugel?
3. Welcher der beiden Punkte liegt auf einem höheren Potential, wenn  $q$  positiv ist?

Die Ladungsdichte ist gerade  $\rho = \frac{3\pi q}{4R^2}$  und die eingeschlossene Ladung innerhalb einer Gauß

'schen Fläche des Radius  $r < R$  ist dann  $Q = \rho 4\pi r^3 / 3 = qr^3 / R^3$ . Für das Feld folgt aus

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q / \epsilon_0 \rightarrow E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}.$$

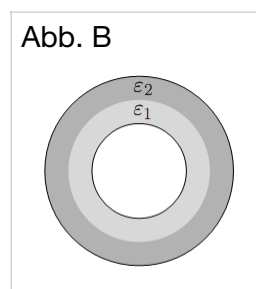
1. Es sei nun  $\phi = 0$  bei  $r = 0$ . Die Abhängigkeit des Potentials erhält man über

$$\phi(r) - \phi(0) = - \int_0^r \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} dr \rightarrow \phi(r) = - \frac{qr^2}{8\pi\epsilon_0 R^3}.$$

2. Da  $\phi(0) = 0$  ist jedes mit dem Ergebnis aus 1. berechnete Potential gerade die Potentialdifferenz zum Mittelpunkt, für  $r = R$  folgt  $\phi(R) = - \frac{q}{8\pi\epsilon_0 R}$ .

3. Alle Punkte außerhalb des Ursprungs haben negatives Potential, also ist der Ursprung gerade der Punkt des höchsten Potentials.

#### B) Kugelkondensator mit Dielektrikum (4 P)



Am abgebildeten Kugelkondensator liegt zwischen der inneren und der äußeren Metallkugel die Spannung  $U$  an. Dabei stellen die schattierten Bereiche Dielektrika dar. Berechnen Sie die Kapazität und die Flächenladungsdichte auf der äußeren und der inneren Kugel. Nehmen Sie an, dass die Felder rein radial gerichtet sind.

Lädt man einen Kugelkondensator der beschriebenen Art mit der Ladung  $Q$  auf (also beispielsweise die innere Schale mit  $Q$  und die äußere mit  $-Q$ ), dann herrscht im Inneren kein Feld,

Name: \_\_\_\_\_

im Zwischenraum  $R_1 < r < R_2$  das Feld  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \mathbf{e}_r$  und im Außenraum ebenfalls kein Feld.

Die Potentialdifferenz (= Spannung  $U$ ) zwischen der inneren und der äußeren Schale ist dann gegeben durch das Linienintegral

$$U = \phi_1 - \phi_2 = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}.$$

Wählt man einen radialen Integrationsweg, dann das Integral wird zu:

$$U = \phi_1 - \phi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Man erkennt also, dass sich eine Spannung aufbaut, die proportional zur auf den Kondensator gebrachten Ladung ist. Dann ist die Kapazität definitionsgemäß der inverse Proportionalitätsfaktor:

$$U = \frac{Q}{C} \text{ also } C = \frac{4\pi\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Die Gesamtspannung zwischen innerster und äußerster Schicht der Anordnung ist also

$U = U_1 + U_2$  und die Kapazität lautet

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{R_{\text{Mitte}} - R_{\text{Min}}}{\epsilon_1 R_{\text{Mitte}} R_{\text{Min}}} + \frac{R_{\text{Max}} - R_{\text{Mitte}}}{\epsilon_2 R_{\text{Mitte}} R_{\text{Max}}} \right).$$

Die Flächenladungsdichte auf der inneren Kugelschale ergibt sich zu

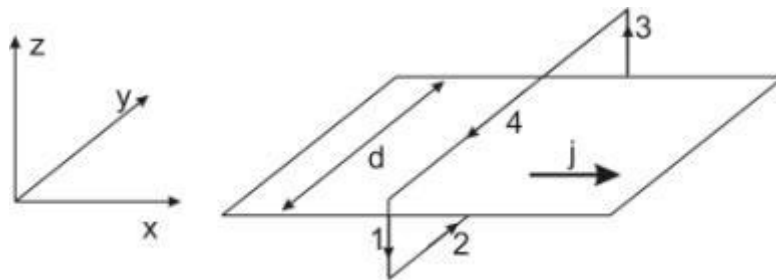
$$\sigma_{\text{Min}} = \frac{CU}{4\pi R_{\text{Min}}} \text{ und } \sigma_{\text{Max}} = \frac{CU}{4\pi R_{\text{Max}}}.$$

## • MAGNETOSTATIK (8 P)

A) Magnetfeld einer Ebene mit konstanter Stromdichte (4 P)

Berechnen sie das statische Magnetfeld eines Stroms durch eine unendlich ausgedehnte Ebene mit vernachlässigbarer Dicke und konstanter Stromdichte.

Hinweis: O.B.d.A. kann angenommen werden, dass es sich bei der Ebene um die  $xy$ -Ebene handelt und der Stromfluss nur eine  $x$ -Komponente aufweist.



Als Integrationsweg wählt man ein Rechteck, dessen Normalenvektor parallel zur  $x$ -Achse steht.

$$\text{Aus Ampère folgt: } \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_1 B(z) dz + \int_2 B(-z) dy + \int_3 B(z) dz + \int_4 B(z) dy = \mu_0 I.$$

Name: \_\_\_\_\_

Aus Symmetrie folgt  $\int_1 B(z)dz = - \int_3 B(z)dz$ , damit vereinfacht sich das Integral zu

$$\int_2 B(-z)dy + \int_4 B(z)dy = B(-z)d - B(z)d = \mu_0 I.$$

Auch aus der Symmetrie  $B(z) = -B(-z)$  gilt:  $|B(z)| = \frac{\mu_0 I}{2d}$ . Durch die Rechte-Hand-Regel kann man ermitteln, dass das Feld nur eine  $y$ -Komponente hat und welches Vorzeichen es haben muss.

Der eingeschlossene Strom ist dabei durch  $I = jd$  gegeben. Und somit gilt für das B-Feld:

$$\mathbf{B} = -\operatorname{sgn}(z) \frac{\mu_0 j}{2} \mathbf{e}_y.$$

### B) Magnetfeld eines Elektrons im Wasserstoffatom (4 P)

Bei Wasserstoffatomen bewegt sich das Elektron mit einem Radius  $r = 0,529 \cdot 10^{-10}$  m um den Kern. Welcher mittleren Stromstärke entspricht diese Ladungsbewegung und welche Magnetfeldstärke erzeugt sie am Ort des Kerns?

Die Stromstärke  $I$  berechnet sich, indem man sich überlegt, wie oft das Elektron mit der Ladung  $e$  pro Sekunde den Kern umkreist.

$$I = ef = e \frac{\omega}{2\pi}.$$

$\omega$  erhält man durch das Gleichgewicht von Coulombkraft und Radialkraft

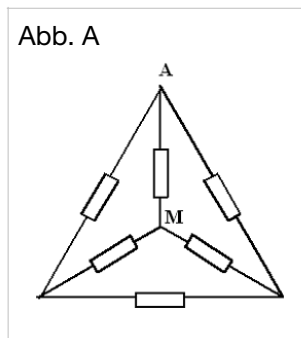
$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m r \omega^2, I = \frac{e^2}{4\pi} \sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon_0 r^3 m}} = 1 \text{ mA}.$$

Das Magnetfeld um den Kern berechnet sich mit:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = 2 \text{ T}.$

### • STROMKREISE (8 P)

#### A) Widerstandsnetzwerk (4P)

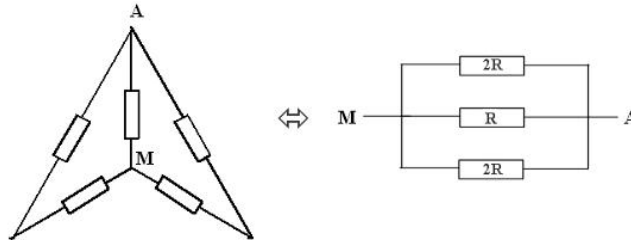
Abb. A



Name: \_\_\_\_\_

Betrachten Sie das oben skizzierte Widerstandsnetzwerk aus sechs identischen Widerständen  $R$ . Wie groß ist der elektrische Gesamtwiderstand zwischen dem Mittelpunkt M und dem Punkt A

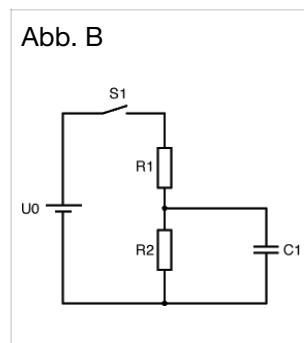
Wenn wir zwischen M und A eine Spannung anlegen, sehen wir direkt, dass zwischen den unteren Ecken des Dreiecks keine Potentialdifferenz auftritt. Der untere Widerstand kann also weggelassen werden. Die anderen Widerstände lassen sich entsprechend dem Ersatzschaltbild rechts umstellen.



Damit beträgt der Gesamtwiderstand:

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{R} \rightarrow R_{\text{ges}} = R/2.$$

#### B) Schaltkreis mit Kondensator (4P)



Betrachten Sie den in der Abbildung dargestellten Schaltkreis. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sei der Kondensator ungeladen und der Schalter wird gleichzeitig geschlossen. Bestimmen Sie die Ladung des Kondensators als Funktion von  $t$ .

Man bestimme eine Differentialgleichung, die das Zeitverhalten für  $U_C(t)$  angibt, sobald der Schalter geschlossen wurde. Strom durch den Kondensator:  $I_C = dQ_C/dt$ , Strom durch  $R_2$ :  $I_2 = U_C/R_2$ , Strom durch  $R_1$ :  $I_1 = I_2 + I_C$ , Maschenregel  $U_0 = U_1 + U_C = R_1 I_1 + U_C$ .

$$U_0 = R_1 U_C / R_2 + R_1 C_1 \dot{U}_C + U_C = \frac{R_1 + R_2}{R_2} U_C + R_1 C_1 \dot{U}_C,$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0 = U_C + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1 \dot{U}_C.$$

Mit  $\tilde{U}_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0$  und  $\tilde{\tau} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1$  ergibt sich  $\tilde{\tau} \dot{U}_C + U_C = \tilde{U}_0$ .



Name: \_\_\_\_\_

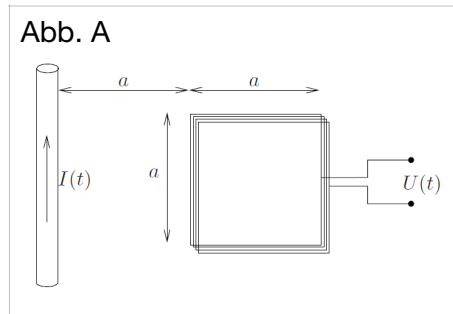
Man bestimmt mit Hilfe der Differentialgleichung einen analytischen Ausdruck für  $U_C(t)$ . Mit den gerade definierten Größen ergibt sich

$$U_C(t) = \tilde{U}_0(1 - \exp(-t/\tilde{\tau})) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0(1 - \exp(-t/\tilde{\tau})) \text{ und für die Ladung}$$

$$Q_C(t) = C_1 U_C(t).$$

• ELEKTRODYNAMIK (8 P)

A) Quadratische Spule im Magnetfeld (4 P)



Betrachten Sie die abgebildete Messanordnung, bestehend aus einem geraden Leiterdraht und einer flachen quadratischen Spule, die sich in der Ebene des Drahtes befindet. Im Draht fließt der Wechselstrom  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ . Berechnen Sie  $U(t)$  für  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $N = 1000$  Windungen,  $I_0 = 10 \text{ A}$  und  $f = 60 \text{ Hz}$ . Nehmen Sie an, dass der Draht unendlich lang ist und einen verschwindenden Querschnitt hat. Sie brauchen sich über die Vorzeichen keine Gedanken zu machen. Die magnetische Feldkonstante ist  $\mu_0 = 12.57 \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ .

Wir legen das Koordinatensystem so, dass sich die Anordnung in der  $xz$ -Ebene befindet, mit der Spule im positiven  $x$ -Bereich und dem Draht entlang der  $z$ -Achse. Nach Biot-Savart oder dem Ampereschen Durchflutungsgesetz ist das zeitabhängige  $B$ -Feld des Drahtes ( $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ )

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \mathbf{e}_\phi.$$

Die induzierte Spannung  $U(t)$  ist nach dem Induktionsgesetz betragsmäßig gegeben durch

$$U = -N \frac{d}{dt} \int d\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}.$$

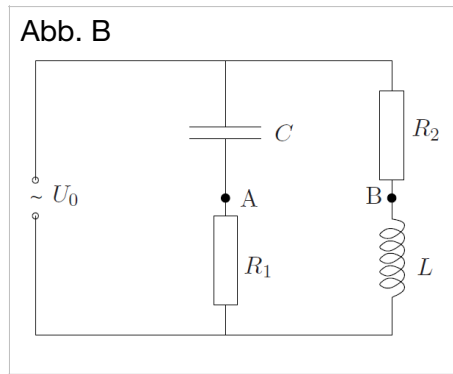
$$\text{Also } U(t) = -N \frac{d}{dt} \int_a^{2a} dx \int_{-a/2}^{a/2} dz \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi x} = -\frac{Na\mu_0 \dot{I}(t)}{2\pi} \ln 2.$$

$$\text{Mit } I(t) = I_0 \cos(\omega t) \text{ folgt } U(t) = \frac{Na\mu_0 \ln 2}{2\pi} I_0 \omega \sin \omega t.$$

Einsetzen der Zahlenwerte ergibt  $U(t) = 0.0261 \text{ V} \sin(377 \text{ s}^{-1} t)$ .

B) Wechselstromkreis (4 P)

Name: \_\_\_\_\_



Betrachten Sie den in der Abbildung dargestellten Stromkreis. Die Spannungsquelle liefert die Wechselfspannung  $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$ . Der Strom, den die Quelle in den Kreis schickt, ist dann  $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$  ( $U_0$  und  $I_0$  sind komplex). Welchen Wert hat  $I_0$  als Funktion der Frequenz  $\omega$ , der Spannungsamplitude  $U_0$  und der Parameter  $R_1, R_2, C, L$ ?

Es bietet sich an, mit komplexen Widerständen zu rechnen. Die Impedanzen eines Ohmschen Widerstandes, eines Kondensators und einer Spule sind

$$Z_R(\omega) = R, \quad Z_C(\omega) = -\frac{i}{\omega C}, \quad Z_L(\omega) = i\omega L.$$

Bei Hintereinanderschaltung addieren sich die Impedanzen, bei Parallelschaltung ist der Kehrwert der Gesamtimpedanz die Summe der Kehrwerte der Einzelimpedanzen. Für den betrachteten Stromkreis ergibt sich somit:

$$\frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1}{R_2 + i\omega L} + \frac{1}{-i/(\omega C) + R_1}.$$

Also:  $I_0 = U_0 / Z(\omega)$ .

**• ELEKTROMAGNETISCHE WELLEN (8 P)**

A) Poynting Vektor (4P)

Zeigen Sie, dass  $|\mathbf{S}| \equiv |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| = c w_{em}$  ist, wobei  $w_{em} = w_{el} + w_{magn}$  die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes ist.

Die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes ist gegeben durch

$$w_{em} = w_e + w_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \frac{1}{2} \frac{|\mathbf{B}|^2}{\mu_0},$$

$$w_{em} = \left( \frac{1}{2} \epsilon_0 c + \frac{1}{2} \frac{1}{c \mu_0} \right) |\mathbf{E}| |\mathbf{B}|,$$

wobei die zweite Zeile mit  $c = |\mathbf{E}| / |\mathbf{B}|$  folgt. Mit  $1/c^2 = \epsilon_0 \mu_0$  erhält man nun

$$w_{em} = \frac{1}{c \mu_0} |\mathbf{E}| |\mathbf{B}| = \frac{1}{c} |\mathbf{S}|,$$

Daraus folgt  $|\mathbf{S}| = c w_{\text{em}}$ .

### B) Seifenblase (4 P)

Auf eine Seifenblase fällt senkrecht ein weißer Lichtstrahl. Dem Betrachter erscheint die Blase rot. Wie dick ist die Wand der Seifenblase? ( $n_{\text{Seifenblase}} = 1,33$ )

Tipp: Erscheint die Seifenblase in einer bestimmten Farbe, d.h. wird eine bestimmte Wellenlänge reflektiert, so bedeutet das, dass gerade für deren Komplementärfarbe destruktive Interferenz stattfindet.

Komplementär-Farben-Paare sind u. a.: Gelb ( $\lambda = 600 \text{ nm}$ ) – Violett ( $\lambda = 400 \text{ nm}$ ); Rot ( $\lambda = 700 \text{ nm}$ ) – Türkis ( $\lambda = 500 \text{ nm}$ ).

Bei der Interferenz an dünnen Schichten fällt Licht aus der Luft (Brechungsindex 1) auf eine dünne Schicht mit der Dicke  $d$  und dem Brechungsindex 1,33, die sich oberhalb Luft befindet. Ein Teil des Lichts wird an der Oberfläche Luft-Seifenblase reflektiert, ein anderer Teil des Lichts wird beim Eintritt in die Schicht zum Lot hin gebrochen, an der Unterseite der Schicht reflektiert und beim Austritt aus der Schicht vom Lot weg erneut gebrochen. Schließlich fallen die beiden Teilstrahlen wieder zusammen und interferieren.

Um herauszufinden, unter welchen Wellenlängen konstruktive und unter welchen Wellenlängen destruktive Interferenz von Licht einer bestimmten Winkel auftritt, benötigt man den optischen Gangunterschied  $\Delta s$ . Bei der Reflexion am optisch dichteren Medium tritt immer ein Phasensprung von  $\pi$ , der einem zusätzlichen Gangunterschied von  $\lambda/2$  entspricht, auf.

Aus der Bedingung  $\Delta s = k \cdot \lambda$  mit  $k \in \{0;1;2;3;\dots\}$  für konstruktive Interferenz (Verstärkung) und damit Helligkeit ergibt sich  $2dn_{\text{Seifenblase}} - \lambda/2 = k\lambda$ . Aus der Bedingung  $\Delta s = (k+1/2)\lambda$  mit  $k \in \{0;1;2;3;\dots\}$  für destruktive Interferenz (Auslöschung) und damit Dunkelheit ergibt sich

$$2dn_{\text{Seifenblase}} - \lambda/2 = (k + 1/2)\lambda.$$

Dem Betrachter erscheint die Blase rot, d.h. Konstruktive Interferenz für Rot und destruktive Interferenz für Türkis:

$$2dn_{\text{Seifenblase}} - \lambda_{\text{Rot}}/2 = k\lambda_{\text{Rot}} \quad \text{und} \quad 2dn_{\text{Seifenblase}} - \lambda_{\text{Tur}}/2 = (k + 1/2)\lambda_{\text{Tur}}$$

Nach Summe und Subtraktion der zwei Gleichungen erhält man

$$k = \text{Int} \left[ \frac{2\lambda_{\text{Tur}} - \lambda_{\text{Rot}}}{2(\lambda_{\text{Rot}} - \lambda_{\text{Tur}})} \right] = 0 \quad \text{und} \quad d = \frac{1}{4n} \left( \lambda_{\text{Tur}} + \frac{\lambda_{\text{Rot}}}{2} \right) \simeq 160 \text{ nm}.$$