Name: ____________________________

Universität Siegen
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Department Physik

Sommer Semester 2018
Prof. Dr. Mario Agio

Klausur Experimentalphysik II

Datum: 10.9.2018 - 10 Uhr

Name:__________________________________

Matrikelnummer:_________________________

Einleitung

Bitte beachten Sie:

- Schreiben Sie Ihren Namen gut lesbar auf jedes Blatt!
- Nutzen Sie für Ihre Antworten den vorgesehenen Platz auf dem Aufgabenblatt, bzw. die Rückseite desselben Blattes, falls Sie mehr Platz benötigen.
- Schreiben Sie auf keinen Fall Antworten auf ein Blatt einer anderen Aufgabe.
- Falls notwendig, können Sie von uns zusätzliche Blätter erhalten.
- Alle benutzten Größen und der Lösungsweg müssen klar und eindeutig aus dem Geschriebenen hervorgehen. Ansonsten kann die Aufgabe nicht als richtig gelöst gewertet werden, auch wenn das Ergebnis richtig ist!
- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, Formelsammlung
- Halten Sie bitte Ihren Studierendenausweis und einen Lichtbildausweis (Personalausweis oder Führerschein) bereit.
- Sie haben zwei Stunden Zeit.
- Sie bestehen die Klausur sicher mit 35 Punkten.

Aufgabe 3-7 nach:
https://www.physik.uni-muenchen.de/lehre/vorlesungen/sose_11/ep2/uebung/index.html
https://physik.leech.it/pub/Ex_II/Uebungen/SS_11/Loesungen.pdf

Ergebnis

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Max. Punkte	5	25	8	8	8	8	8	70
Punkte								

Name: ____________________________

Experiment (5 P)

Erläutern Sie den Versuch und erklären Sie wann die Strahlenbündeln vollständig in Wasser reflektiert werden. Der Brechungsindex von Wasser ist 1.33.

Es handelt sich um den kritischen Winkel für die totale Reflektion an einer Oberfläche zwischen zwei Medien, hier z.B. Wasser und Luft. Nach Snelliusschem Gesetz, ist der kritische Winkel

$$\alpha = \arcsin(1/1.33) = 48.75^\circ$$

Kurzfragen (25 P)

- Nennen Sie das Ampère Gesetz und erläutern Sie dies. (2 P)

Im Vakuum Ampère Gesetz lautet $\oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = \mu_0 I$ oder $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$, wobei μ_0 die Vakuumpermeabilität ist. Das geschlossene Wegintegral über die magnetische Flussdichte ist gleich den durchflossenen Strom *I* mal die Vakuumpermeabilität. Also, die Stromdichte ist eine Quelle für das Magnetfeld.

- Nennen Sie das Magnetfeld eines geradlinigen Drahtes und erläutern Sie dies. (2 P)

$\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{e}_\phi$. Der im Draht fliessende Strom *I* erzeugt ein Magnetfeld tangential zum Kreisen (mit Radius *r*) um den Draht nach der Rechte-Hand-Regel. Diese Formel kann man leicht mit Hilfe des Ampère Gesetzes erläutern.

- Nennen Sie die magnetische Energie und Energie Dichte für eine Spule und erläutern Sie diese. (3 P)

Die magnetische Energie der Spule ist gleich $W_\mathrm{m} = \displaystyle\int_0^{I_0} UI\mathrm{d}t = \int_0^{I_0} LI\mathrm{d}I = \frac{1}{2}LI_0^2$, wobei *L* die Selbstinduktivität der Spule ist und I_0 der Strom. Für eine Spule gilt $L = \mu_0 n^2 V$, mit *n* die Dichte der Windungen und *V* das Volumen. Weil das Magnetfeld in der Spule homogen ist, ist die Energiedichte $w_\mathrm{m} = \dfrac{W_\mathrm{m}}{V} = \dfrac{B^2}{2\mu_0}$, wobei $B = \mu_0 n I_0$.

- Erläutern Sie allgemein den Unterschied zwischen elektrostatischen und magnetischen Feldern mit Hilfe einer Skizze (Feldlinien). (2 P)

Die Feldlinien des elektrostatischen Feldes sind nie geschlossen sondern beginnen und enden immer in einer positiven bzw. negativen Ladung. Das Feld ist deshalb konservativ ($\oint \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = 0$). Die magnetischen Feldlinien sind immer geschlossen, weil es keine magnetischen Monopole gibt. Das Magnetfeld ist deshalb nicht konservativ ($\oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \neq 0$).

Name: ______________________

- Was ist der elektrische Dipol? (2 P)

Ein elektrisches Dipol betrachtet zwei Punktladungen mit gleichem Betrag *q*, aber eine positiv (+*q*) und die andere negativ (-*q*) in einem Abstand *d*. Ein elektrisches Dipole besitzt ein Dipolmoment *p=qd* (im Betrag), gerichtet von der positiven zur negativen Ladung.

- Erläutern Sie die Coulomb Kraft. Warum ist die Kraft konservativ? (2 P)

Die Coulombsche Kraft wirkt zwischen zwei Punktladungen q_1 und q_2 in einem Abstand *r*: $\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^3}\mathbf{r}$, wobei epsilon0 die Dielektrizitätskonstante ist. Die Coulombsche Kraft ist konservativ, weil es sich um eine Zentralkraft handelt.

- Nennen Sie die Knoten und Maschen Regeln für einen Stromkreis und erläutern Sie diese. Welchen Erhaltungsgrössen entsprechen sie. (3 P)

Alle Ströme die in einen Punkt (Knot) fließen, fließen auch wieder aus (Ladungserhaltung). Die Summe aller Spannungen in einer Maschen muss gleich Null sein (Energieerhaltung).

- Erläutern Sie Faraday'sche Gesetz und die Selbstinduktion. (3 P)

Faraday Gesetz: $U = -\frac{\mathrm{d}\int \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{A}}{\mathrm{d}t}$. Die Änderung des magnetisches Flusses induziert eine Spannung.

Die Selbstinduktion *L* entspricht der induzierten Spannung im Faraday Gesetz, wenn die Änderung des Magnetfeldes durch die Änderung des Stromes *I*, die das Magnetfeld generiert, stattfindet: $U = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$.

- Warum breitet sich eine elektromagnetische ebene Welle im Dielektrikum mit der Geschwindigkeit *c/n* aus? (*c*: Vakuumlichtgeschwindigkeit, *n*: Brechungsindex des Materials) (3 P)

Die Welle im Dielektrikum induziert eine Polarisation *P*, die eine Sekundäre Welle generiert. Die Interferenz zwischen diesen zwei Wellen, verursacht einen Wellenfront mit der Phasengeschwindigkeit gleich *c/n*, wobei *n* die Brechungsindex ist. Die Beziehung zwischen *n* und *P* lautet $P = \epsilon_0 \chi E = \epsilon_0(\epsilon - 1)E = \epsilon_0(n^2-1)E$.
Ersetzen wir *P* in der Wellengleichung, mit *P* als Quelle:

$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2}\frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d}t^2} = \mu_0 \frac{\mathrm{d}^2 P}{\mathrm{d}t^2}$ mit $\mu_0\frac{\mathrm{d}^2 P}{\mathrm{d}^2 t} = \frac{1}{c^2}(n^2-1)\frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d}t^2}$, dann

$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2}\frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d}t^2} = 0$, also die Geschwindigkeit der Welle ist c/n.

- Wann ist eine reflektierte elektromagnetische Welle vollständig polarisiert (3 P)

Nach dem Fresnel´schem Gesetz für die Reflektion einer ebenen Welle am einer Oberfläche zwischen zwei Medien mit Brechungsindex n_1 bzw. n_2 hat die p-polarisierte Welle den Reflektionskoeffizienten gleich null wenn der Einfallswinkel der Wellen mit dem Normal zur Oberfläche gleich der Brewster-Winkel ist, also $\tan(\theta_\mathrm{B}) = \frac{n_2}{n_1}$. Nach der Reflektion besteht deshalb nur die s-polarisierte Komponente der Welle. Also, die Welle wird vollständig polarisiert.

Rechenteil (40 P)

- **ELEKTROSTASTIK (8 P)**

A) E-Feld zweier Punktladungen (4 P)

Zwei Punktladungen q_1 und $q_2 = 3q_1$ sind 60 cm voneinander entfernt. An welcher Stelle auf einer Geraden, welche die Punkte miteinander verbindet, ist das elektrische Feld Null?

Die E-Felder der Punktladungen sind $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}$ und $E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r_2^2}$.

Auf der Achse wirken die Felder in entgegengesetzter Richtung. Gleich- setzen der beiden Felder ergibt: $\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}$.

Einsetzen von r_2 = 60 cm – r_1 und $q_2 = 3q_1$ führt zu: (60 cm – r_1)^2 = 3r_1^2.

Zieht man die Wurzel und formt um, erhält man: 60 cm = (1± $\sqrt{3}$)r_1.

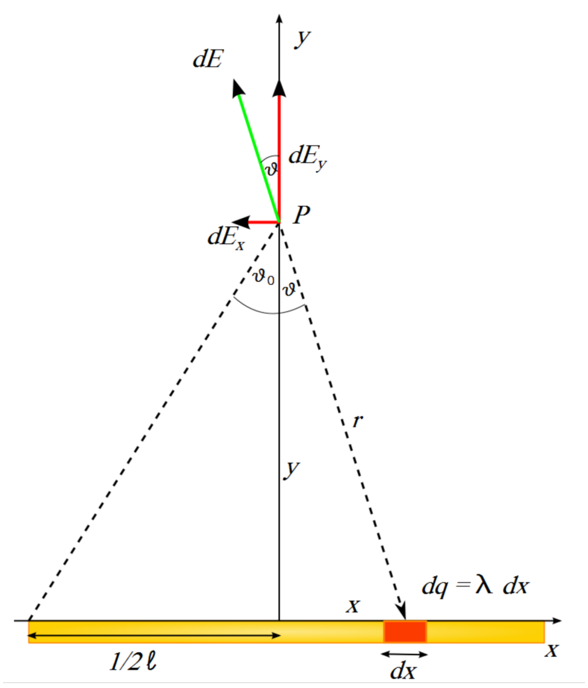
Als Lösungen ergeben sich: r_1 = 22 cm und r_1 = –82 cm.

Da negative Radien keinen physikalischen Sinn ergeben, ist das einzig richtige Ergebnis 22 cm.

B) Elektrisches Feld einer geladenen Linie (4 P)

Name: ______________________________

Abb. B



Gegeben ist eine geladene Linie mit der konstanten Linienladungsdichte λ und der Länge *l*, die auf der *x*-Achse liegt. Berechnen Sie die *y*-Komponente des elektrischen Feldes an einem Punkt *P* der im Abstand *d* senkrecht über dem Mittelpunkt der Linie liegt.

Das Koordinatensystem wird so gewählt, dass der Ursprung mit der Mitte der Ladungsverteilung übereinstimmt und die Linienladung selbst auf der *x*-Achse liegt (siehe Abbildung). Das Feld besitzt eine *x*- und eine *y*-Komponente allerdings existiert aus Symmetriegründen für jedes rechts des Ursprungs liegende Ladungselement ein entsprechendes Ladungselement links des Ursprungs. Dadurch heben sich die *x*-Komponenten des Feldes d**E** auf.
Bei der Berechnung von **E** (Integration über die Feldelemente d**E**) brauchen daher nur die y-Komponenten berücksichtigt werden. Die Stärke der *y*-Komponente des Feldes, das durch ein Ladungselement d*q* = λd*x* erzeugt wird, ist:

$$\mathrm{d}E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\cos(\theta)\mathrm{d}x}{r^2}.$$

Das Gesamtfeld E_y der Linienladung mit der Länge *l* erhält man durch Integration entlang der Geraden von *x* = – *l*/2 bis *x* = + *l*/2. Wegen der Symmetrie der Ladungsverteilung genügt es, von *x* = 0 bis *x* = *l*/2 zu integrieren und das Resultat zu verdoppeln:

$$E_y = 2\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{l/2}\frac{\cos(\theta)\mathrm{d}x}{r^2}.$$

Ersetzt man die Variable *x* durch θ, so vereinfacht sich die Integration. Die Ortsvariablen *x* und *y* hängen mit dem Winkel θ über $x = y\tan(\theta)$ zusammen, wobei *y* den Abstand von *P* zur Linienladung angibt. Wir erhalten:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\theta} = \frac{y}{\cos^2(\theta)} = y\left(\frac{r}{y}\right)^2.$$

Der Zuwachs d*x* steht somit durch $\mathrm{d}x = \frac{r^2}{y}\mathrm{d}\theta$ mit dem Zuwachs dθ in *y* Beziehung. Ersetzt man im Integral d*x*, so ist:

Name: ____________________________

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_0^{\theta_0}\frac{\cos(\theta)\mathrm{d}\theta}{y}, \text{ mit } \tan(\theta_0) = \frac{l}{2y}.$$

Die Integration ergibt die gesamte y-Komponente des Feldes:

$$E_y = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\lambda}{y}\sin(\theta_0).$$

Für y sehr viel größer als l, gilt die Näherung $\sin(\theta_0) \simeq \dfrac{l}{2y}$ und E_y beträgt:

$$E_y \simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda l}{y^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{y^2},$$

wie für eine Punktladung $q = l\lambda$.

- **MAGNETOSTATIK (8 P)**

A) Lorentzkraft (4 P)

Ein Proton beschreibt in einem homogenen Magnetfeld eine auf einem Zylinder zu denkende Schraubenbahn. Die magnetische Flußdichte beträgt $B = 3.5 \cdot 10^{-2}$ T , der Zylinderradius $r = 6.8$ m. Der Geschwindigkeitsvektor **v** bildet mit dem Vektor der magnetischen Flussdichte **B** den Winkel α = 66°.

a) Welche Geschwindigkeit hat das Proton?

Im Magnetfeld wird das Proton die Lorentz Kraft spüren: $F = ev_\perp B$ (im Betrag). Weil die Lorentz Kraft immer senkrecht zur Geschwindigkeit ist, wird die Beschleunigung zentripetal, also $a = v_\perp^2/r$ (im Betrag).

Lösen wir nach der Geschwindigkeit und finden wir, mit $m\dfrac{v_\perp^2}{r} = ev_\perp B$, $v_\perp = \dfrac{eBr}{m}$.

Die Geschwindigkeit des Protons ist dann $v = \dfrac{v_\perp}{\sin(\alpha)} = \dfrac{eBr}{m\sin(\alpha)}$ = 2.5 x 10^7 m/s.

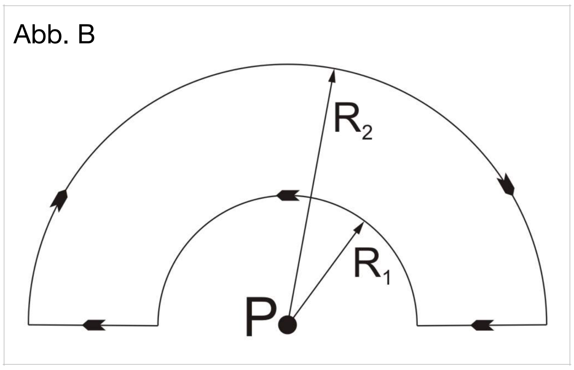
b) Welche Geschwindigkeitskomponente $v_\parallel$ hat das Proton in Feldrichtung und welche Geschwindigkeitskomponente $v_\perp$ hat es senkrecht dazu?

$v_\perp = v\sin(\alpha)$ = 2.28 x 10^7 m/s.
$v_\parallel = v\cos(\alpha)$ = 1.02 x 10^7 m/s.

B) Magnetfeld einer geschlossenen Leiterschleife (4 P)

Name: ____________________________

D



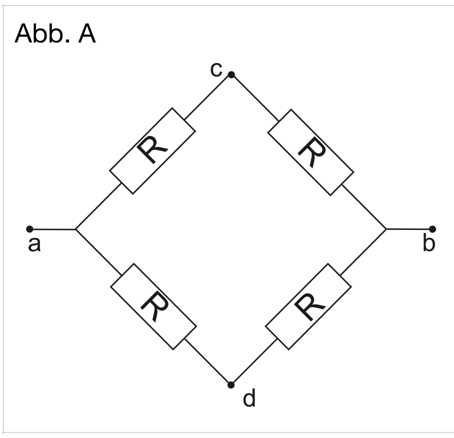
Bestimmen Sie für die Anordnung in der Abbildung das Magnetfeld am Punkt *P*, der den gemeinsamen Mittelpunkt der beiden halbkreisförmigen Leiter bildet.

Lösung: $\mathrm{d}\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\mathbf{l}\times\mathbf{r}}{r^3}$ (Biot-Savart Gesetz). Wir betrachten 4 Teilen in Leiterschleife: zwei Halbkreise und zwei horizontale Drähte. Aus Symmetrie Gründen müssen sich die zwei horizontalen Drähte sich ausgleichen. Dann bleiben nur die zwei Halbkreise, die können wir in polar Koordinaten integrieren.

$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\theta}{r}$ ergibt $B = \frac{\mu_0 I}{4}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$.

- **STROMKREISE (8 P)**

A) Ersatzwiderstand (4P)



Zeigen Sie, dass der Ersatzwiderstand zwischen den Punkten *a* und *b* in der Abbildung gleich *R* ist.

Zwischen den Punkten *a* und *b* ist der Gesamtwiderstand gleich *R*:
- Von *a* nach *b* durch *c* bzw. *d* ist der Widerstand 2*R* = *R* + *R* (Reihenschaltung)
- Die zwei Teile mit Widerstand 2*R* sind parallel geschaltet, deshalb $R_{ges} = R$.

Welchen Effekt hat das Einfügen eines weiteren Widerstands *R* zwischen den Punkten *c* und *d*?

Keinen Effekt, weil *c* und *d* haben das gleiches Potential haben. Kein Strom fliesst im neuen Widerstand.

Name: ____________________________

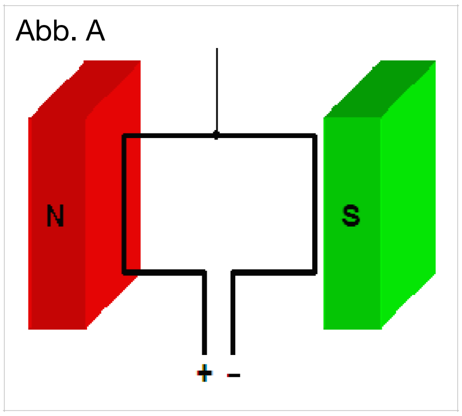
B) Kraftwerk (4P)

Ein Kraftwerk liefert eine mittlere Leistung von 120 KW an eine 10 km entfernte Kleinstadt. Die Übertragungsleitungen haben einen Gesamtwiderstand von 0.4 Ω. Nehmen Sie an, dass das Netz mit Gleichstrom betrieben wird und berechnen Sie den Leistungsverlust, wenn die Leistung a) bei 240 V oder b) bei 24 kV übertragen wird.

Das Kraftwerk liefert eine Leistung von P_0 = 120 kW und in den Leitungen fällt eine Leistung von $P = U \cdot I$ als Wärme ab. Beim Benutzer kommt also noch $P_{rest} = P_0 - P = P_0 - R \cdot I^2$ an.
Die Gesamtstromstärke errechnet sich aus $P_0 = U \cdot I$. Für U = 240 V erhält man also
P_{rest} = 20 kW und für U = 24 kV P_{rest} = 119.99 kW ≈ 120 kW.

- **ELEKTRODYNAMIK (8 P)**

A) Leiterschleife im Magnetfeld (4 P)



Eine rechteckige Leiterschleife mit den Seitenlängen *a* und *b* rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in einem homogenen Magnetfeld. Berechnen Sie die durch die Rotation in der Leiterschleife induzierte Spannung.

(Faraday´sche Gesetz) Die induzierte Spannung U ist gleich minus die zeitliche Änderung des Flusses des Magnetfeldes. Der Fluss ist dann $\Phi_B = (ab)B_0 \cos(\omega t)$ und die Spannung $U = \omega(ab)B_0 \sin(\omega t)$.

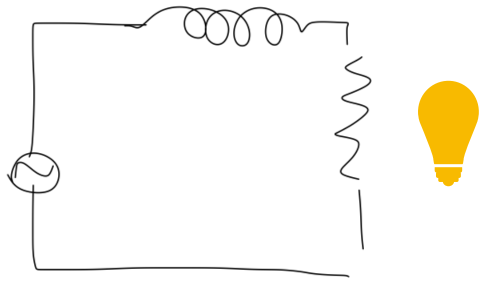
B) Glühlampe im Wechselstrom (4 P)

Um eine Glühlampe mit der Nennspannung U_R = 110 V und der Nennleistung P = 100 W an das Wechselstromnetz mit der Nennspannung U = 220 V und der Frequenz ν = 50 Hz anzuschließen, soll eine geeignete Spule in Reihe geschaltet werden.

a) Skizzieren Sie das Schaltbild und das Zeigerdiagramm der Anordnung und berechnen Sie den Betrag des Spannungsabfalls U_L an der Spule.

Die Glühlampe im Stromkreis kann man durch eine Widerstand darstellen. Die Impedanz der Glühlampe ist deshalb reell und liegt auf der *x*-Achse im Zeigerdiagramm.

Name: ______________________________



Die induktive Impedanz lautet $\imath\omega L$, also vollständig imaginär. Im Zeigerdiagramm liegt die induktive Impedanz liegt auf dem *y*-Achse.

b) Berechnen Sie die Induktivität *L* der (langen) Spule.

Die Maschenregel für den Stromkreis lautet für die Amplitude $U = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} I$. Der Widerstand der Glühlampe ist $R = (U_R)^2/2P$ (Leistung bei Wechselstrom $P = U_R I/2$!) und die Stromstärke des Stromkreises $I = U_R/R$. Ersetzt man den Widerstand und erhält man $I = 2P/U_R$. Dann $U^2 = (R^2 + \omega^2 L^2)(2P/U_R)^2$. Die Induktivität is dann $L = \frac{U_R}{2\omega P}\sqrt{U^2 - U_R^2}$ = 33 mH.

c) Wie lang (*l*) wäre eine Spule mit *N* = 1000 Windungen, die auf einen Ferritkern mit μ_R = 1000 und dem Querschnitt *A* = 1 cm² gewickelt ist? Falls Sie die Induktivität nicht bestimmen konnten, können Sie diesen Wert *L* = 1 mH nehmen, um diesen Teil der Aufgabe zu beantworten. Achtung, der hier angegebene Wert stimmt nicht mit dem zu berechnenden Wert überein und dient lediglich als Ersatz zur weiteren Rechnung!

Die Induktivität der Spule ist gegeben als $L = \mu_0 \mu_R N^2 A / l$. Die Länge ist dann $l = \mu_0 \mu_R N^2 A / L$ = 3.8 m.

- **ELEKTROMAGNETISCHE WELLEN (8 P)**

A) Maxwellsche Gleichungen (4P)

Interpretieren Sie (gegebenenfalls auch quantitativ!) folgende Gleichungen (die fetten Symbole bezeichnen die üblichen vektoriellen Feldgrößen):

a) div(**D**)=0

Es gibt keine Ladungsdichte in der Position wo die Divergenz von **D** berechnet ist.

b) div(**B**)=2 Vs/m³

Es gibt ein magnetischer Monopol. Die korrekte Gleichung ist div(**B**)=0.

c) rot(**H**)=0

Es gibt keine Stromdichte weder variables elektrisches Feld wo die Rotation von **H** berechnet ist oder die Stromdichte und die Änderung des elektrisches Feld sich ausgleichen, also $\mathbf{j} = -\epsilon_0 \frac{\mathrm{d}\mathbf{E}}{\mathrm{d}t}$

d) rot(**E**)=3 V/m²

Name: ______________________________

Es gibt ein variable magnetisches Feld wo die Rotation von **E** berechnet ist, also $-\frac{\mathrm{d}\mathbf{B}}{\mathrm{d}t}$ = 3 V/m².

B) He-Ne-Laser (4 P)

Ein typischer He-Ne-Laser hat einen Strahldurchmesser von 1 mm und eine Ausgangsleistung von 1.5 mW. Die Linse des menschlichen Auges fokussiert auf einen Brennfleck von etwa 100 μm Durchmesser. Welche Leistungsdichte trifft beim Blick in den Laser auf die Netzhaut und welche elektrische Feldstärke herrscht dort? (Vernachlässigen Sie brechende Effekte im Auge; **E** weiterhin senkrecht zu **H**).

Der Pointing-Vektor ist gegeben durch $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$, mit $S = \frac{P}{A} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{\pi 50^2 \times 10^{-12}}$ W/m² $\simeq 1.25 \times 10^6$ W/m².

Der Betrag des elektrischen Feldes ist, mit **E** senkrecht zu **H** = **B**μ_0 und **E** = c**B,** $E = \sqrt{\mu_0 c S} \simeq$ 1 x 10^4 V/m.