Universität Siegen
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Department Physik

Sommer Semester 2018
Prof. Dr. Mario Agio

Klausur Experimentalphysik II - Musterlösung

Datum: 22.8.2018 - 10 Uhr

Name:________________________________

Matrikelnummer:________________________

Einleitung

Bitte beachten Sie:

- Schreiben Sie Ihren Namen gut lesbar auf jedes Blatt!
- Nutzen Sie fur Ihre Antworten den vorgesehenen Platz auf dem Aufgabenblatt, bzw. die Rückseite desselben Blattes, falls Sie mehr Platz benötigen.
- Schreiben Sie auf keinen Fall Antworten auf ein Blatt einer anderen Aufgabe.
- Falls notwendig, können Sie von uns zusätzliche Blätter erhalten.
- Alle benutzten Größen und der Lösungsweg müssen klar und eindeutig aus dem Geschriebenen hervorgehen. Ansonsten kann die Aufgabe nicht als richtig gelöst gewertet werden, auch wenn das Ergebnis richtig ist!
- Zugelassene Hilfsmittel: Nicht-programmierbarer Taschenrechner, Formelsammlung
- Halten Sie bitte Ihren Studierendenausweis und einen Lichtbildausweis (Personalausweis oder Führerschein) bereit.
- Sie haben zwei Stunden Zeit.
- Sie bestehen die Klausur sicher mit 35 Punkten.

Ergebnis

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Max. Punkte:	5	25	8	8	8	8	8	70
Punkte:								

Aufgabe 3-7 nach:
https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3924,
http://www.lehrer.uni-karlsruhe.de/~za275/archiv/ph13_4std_g9/aufgaben/13_auf_interferenzbeimdoppelspalt.pdf,
https://www.ph.tum.de/academics/bsc/break/2013s/fk_PH0002_02_exercisesolution.pdf

Experiment (5 P)

Erläutern Sie den Versuch und erklären Sie warum die Kraft zwischen die zwei Drähte attraktiv ist.

In den zwei Drähten fliesst die Stromstärke I_1 bzw. I_2.
Das Biot-Savart Gesetz oder äquivalent Ampere Gesetz erklären dass die Stromstärke I_1 erzeugt ein Magnetfeld und zwar $B(r) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$ im Betrag, wobei μ_0 die magnetische Permeabilität und r die Abstand vom Draht sind. Die Richtung von B folgt die Rechte-Hand-Regel. Zwischen die zwei Drähte wirkt dann eine Lorenz-Kraft, $\mathrm{d}\mathbf{F} = I_2 \mathrm{d}\mathbf{l} \times \mathbf{B}(r)$, pro Länge-Einheit. Weil I_1 und I_2 in der gleiche Richtung sind, ist die Kraft attraktiv.

Kurzfragen (25 P)

- Nennen Sie das Gauß Gesetz und erläutern Sie dies. (2 P)

Das Gauß Gesetz lautet $\int \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}A = Q/\epsilon_0$, im integral Form, und $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$, im differential Form. Der Fluss von **E** durch eine geschlossene Fläche ist gleich die enthaltene Ladung Q, bzw. die Divergenz von **E** ist gleich die Ladungsdichte ρ durch die Vakuum Dielektrizitätskonstante.

- Nennen Sie das elektrostatisches Potential einer Punktladung und erläutern Sie dies. (2 P)

Das Potential einer Punktladung Q lautet $U(r) = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$, wobei r ist der Abstand der Punkt, wo das Potential bewertet ist, von der Ladung Q. Das Potential ergibt das elektrisches Feld als $\mathbf{E}(r) = -\nabla U(r)$.

- Nennen Sie die elektrostatische Energie und Energiedichte für einen Plattenkondensator und erläutern Sie diese. (3 P)

Die Energie einen Plattenkondensator ist gegeben durch die Formeln $\mathrm{d}Q = C\mathrm{d}V$ und $\mathrm{d}\mathscr{E} = V\mathrm{d}Q$. Die erste Formel ist die Ladungsänderung durch eine Potentialänderung dV im Kondensator mit Kapazität C und dE ist die gewonnene Energie. Die gesamt Energie ist dann $\mathscr{E} = \int_0^V CV'\mathrm{d}V' = \dfrac{1}{2}CV^2$. Für einen Plattenkondensator die Kapazität lautet $C = \epsilon_0 A/d$, wobei A die Fläche und d die Abstand zwischen die Platten sind. Weiterhin, das elektrisches Feld **E** ist konstant, d.h. $V = dE$ im Betrag. Die Energiedichte ist dann $\dfrac{\mathscr{E}}{(Ad)} = \dfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2$.

- Erläutern Sie allgemein die Unterschied zwischen den Feldlinien des elektrostatisches und magnetisches Feldern mit Hilfe einer Skizze. (2 P)

Die Feldlinien eines Vektorfeldes entsprechen der Richtung und Stärke des Feldes. Weiterhin, die Struktur der Feldlinien entspricht der Natur des Feldes. Die Feldlinien des elektrostatisches Feldes haben Start und Ende bei positive bzw. negative Ladungen. Es folgt dass $\oint \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} = 0$, d.h. Das

Feld ist konservativ. Die Feldlinien des Magnetfeldes sind geschlossen, deshalb $\oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l} \neq 0$ und das Feld ist nicht konservativ.

- Was ist der dielektrische Verschiebungsvektor und erläutern Sie seine Bedeutung für die Elektrostatik in Dielektrika. (3 P)

Der dielektrischen Verschiebungsvektor lautet $\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$, wobei ϵ die relative Dielektrizitätskonstante ist. Der Verschiebungsvektor unabhängig von Polarisationsladungen ist konzipiert, so dass das Gauß Gesetz in Dielektrika enthält nur die freie Ladungen, d.h. $\int \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A} = Q$.

- Erläutern Sie die Lorentz Kraft. Warum ist die Arbeit der Lorentz Kraft ohne elektrisches Feld gleich null? (2 P)

Die Lorentz Kraft lautet $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, wobei **v** die Geschwindigkeit der Ladung *q* ist. Ohne elektrisches Feld **E**, die Kraft ist senkrecht zur Geschwindigkeit, deshalb die Arbeit $W = \int \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s} = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}\, \mathrm{d}t = 0$.

- Nennen Sie die Kirchhoffsche Regeln für einen Stromkreis und erläutern Sie diese. Welchen Erhaltungsgrössen entsprechend sie. (3 P)

Die 1. Kirchhoffsche Regel (Knotenregel) entspricht der Ladungserhaltung durch die Gleichung $\sum_i I_i = 0$. Also, die Summe allen Strömen in einem Knoten eines Stromkreises gleich null ist.

Die 2. Kirchhoffsche Regel (Maschenregel) entspricht der Energieerhaltung durch die Gleichung $\sum_i V_i = 0$. Also, die Summe alle Spannungen in einem geschlossenen Stromkreis gleich null ist.

- Erläutern Sie die mögliche Ursachen des induziertes Stromes in einer Spüle im Magnetfeld. Was entscheidend ist für die Richtung des Stromes? (3 P)

Der induzierten Strom in einer Spüle im Magnetfeld folg Faraday Induktionsgesetz, also die induzierte Spannung $V_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$. Mögliche Ursache für die Änderung des magnetisches Fluss $\int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{A}$ sind i) Änderung des Magnetfeldes, ii) Änderung der Integrationsfläche. Die Richtung des Stromes folgt Lenzschen Regel, also der Strom generiert ein Magnetfeld welches der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt.

- Nennen Sie die zwei Postulate der spezielle Relativitätstheorie. (3 P)

1. Postulat: Die Lichtgeschwindigkeit c ist konstant in alle inertiale Bezugsysteme.
2. Postulat: Die physikalische Gesetze sind äquivalent in alle inertiale Bezugsysteme.

- Warum eine elektromagnetische Welle im Vakuum eine transversale Welle ist? (2 P)

Im Vakuum gibt es keine freie Ladungen, deshalb Gauß Gesetz lautet $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Eine elektromagnetische Welle im Vakuum ist allgemein gegeben als die Superposition von ebenen Wellen $\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_{o,i} \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$. Von Gauß Gesetz folgt $\mathbf{E}_{o,i} \cdot \mathbf{k} = 0$, d.h. Die Welle ist transversal bzw. der Wellenvektor und die Wellenamplitude senkrecht sind.

Rechenteil (40 P)

- **ELEKTROSTASTIK (8 P)**

A) Wasserstoffatom (4 P)

Ein neutrales Wasserstoffatom kann vereinfachend als positive Punktladung q_P=+e des Protons aufgefasst werden, die von der negativen Ladungs"wolke" $\rho(r) = \rho_0 \exp(-2r/a_\mathrm{B})$ des Elektrons (Gesamtladung q_e=-e) umgeben ist. a_B ist dabei der Bohrsche Radius, der Vorfaktor ρ_0 ergibt sich auf Grund der Neutralitätsbedingung für das ganze Atom zu $q_\mathrm{e}/(\pi a_\mathrm{B}^3)$. Welche Ladungsmenge, abgesehen von der des Protons, befindet sich innerhalb einer um das Proton zentrierten Kugelschale mit dem Radius a_B?

Da es sich um eine kugelsymmetrische Verteilung handelt, ist es sinnvoll, $\rho(r)$ über Kugelkoordinaten zu integrieren. Die Ladungsmenge *Q* ergibt sich durch Integration über eine Kugel mit Radius a_B. Da das Proton als Punktladung angenommen wird, ist eine Schalenbetrachtung hier unnötig und es kann über die gesamte Kugel integriert werden.

$$Q = \int_V \rho(r) \mathrm{d}^3 r = \rho_0 \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{a_\mathrm{B}} r^2 \exp(-2r/a_\mathrm{B}) \mathrm{d}r$$

Die Integration über die beiden Winkel ist problemlos, bei der Radius-Integration muss zweimal partielle Integration angewandt werden. Man kommt schließlich auf

$$Q = 4\pi\rho_0 \left(-\frac{5}{4} a_\mathrm{B}^3 \exp(-2) + \frac{1}{4} a_\mathrm{B}^3 \right) = e(5\exp(-2) - 1) \sim -0.323e$$

B) Kräfte zwischen geladenen Kugeln (4 P)

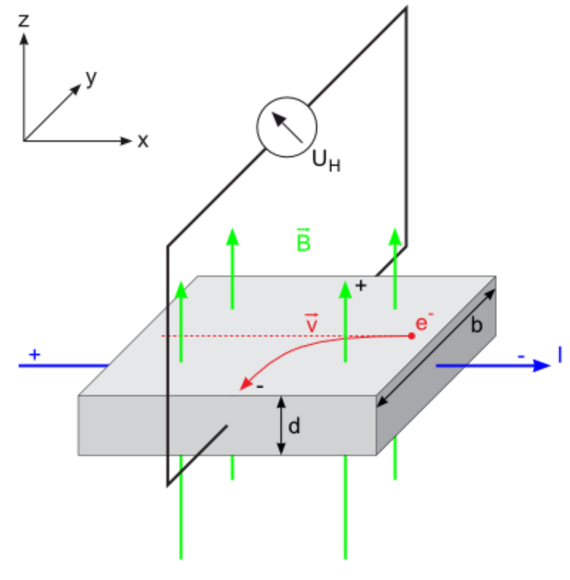
Zwei Metallkugeln sind vertikal in einem Abstand von 1 m übereinander angebracht. Sie tragen beide dieselbe Ladung *Q* und sind jeweils 1 g schwer. Nun wird die Befestigung der oberen Kugel gelöst. Wie groß muss ihre Ladung mindestens sein, damit sie nicht herunterfällt?

Die Gravitation der Erde muss überwunden werden. Die Coulombkraft ist betragsmäßig für zwei Ladungen $F_C = \dfrac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. Die Coulombkraft zwischen den Kugeln muss mindestens die Gravitationskraft ausgleichen. Es muss also gelten: $\dfrac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 d^2} \geq mg$, mit *d*=1 m und *m*=0.001 Kg, der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 und der Erdbeschleunigung *g*. Es folgt $Q \geq 1.04 \mu\mathrm{C}$.

- **MAGNETOSTATIK (8 P)**

A) Hall-Sonde (4 P)

Abb. A



Eine Hall-Sonde dient zur Bestimmung der Stärke eines Magnetfeldes: Ein leitfähiger Quader mit den Abmessungen *l, b* und *d* wird in das Magnetfeld **B** geführt. Es wird ein Strom I durch den Quader geschickt, was zu einer Ablenkung durch die Lorentzkraft $\mathbf{F}_L$ führt und damit zu einem Elektronenüberfluss auf einer Seite des Quaders. Dieser sorgt für ein elektrisches Feld und damit für eine der Lorentzkraft entgegengerichtete elektrische Kraft $\mathbf{F}_E$. Im Gleichgewichtszustand gilt: $F_L = F_E$.
In diesem Zustand ist das elektrische Gegenfeld konstant und sorgt senkrecht zur Stromrichtung für eine konstante elektrische Spannung U_H, die als Hall-Spannung bezeichnet wird.
Leiten Sie eine Formel her, um mittels der Hall-Spannung den Betrag der magnetischen Flussdichte B zu bestimmen! Verwenden Sie dazu den Hallkoeffizienten $R_H=1/(en)$, wobei e die Elektronenladung und n die Elektronenkonzentration im Leiter angibt.

Aus der Gleichsetzung $F_L=F_E$ ergibt sich, wenn $F_L=evB$ und $F_E=qE=qU_H/b$ ist, $U_H/b=vB.$
Die Elektronengeschwindigkeit kann aus der Stromdichte $j=I/A=env$ berechnet werden. A ist die Fläche im Quader, die der Strom senkrecht durchläuft. Die Stromdichte lässt sich auch über die Elektronenkonzentration und geschwindigkeit ausdrücken. Dafür wird die Zeit t verwendet, die N Elektronen durchschnittlich zur Durchquerung des Quaders benötigen, sowie mit der Quaderlänge l erweitert. Schließlich werden die Elektronendichte $n=N/(lbd)$ sowie die Geschwindigkeit $v=l/t$ eingeführt.
$j=I/A=I/(bd)=Ne/(bdt)=Nel/(lbdt)=Nev/(lbd)=nev=v/R_H$.
Damit ergibt sich die Geschwindigkeit zu $v=R_H I/(bd)$ und es folgt $B=dU_H/(R_H I)$.

B) Sättigungsmagnetisierung (4 P)

Eisen besitzt die Dichte ρ=7.9 g/cm^3 und das Atomgewicht 55.8. Berechnen Sie die Sättigungsmagnetisierung von Eisen in der Annahme, dass das magnetische Moment des Eisenatoms gleich dem Bohrschen Magneton μ_B=9.27 x 10^{-24} Am^2 ist.
Ein Permanentmagnet aus magnetisch gesättigtem Eisen besitzt eine Flussdichte von 2.1 T. Berechnen Sie das tatsächliche Verhältnis des magnetischen Momentes von Eisen und dem Bohrschen Magneton.

Für die Sättigungsmagnetisierung gilt $M_S=(N/V)\mu_B$. Für den Faktor N/V gilt $\frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{m_{\text{mol}}} = 8.5 \times 10^{28}$ m^{-3}. Durch Einsetzen in die obige Gleichung für die Sättigungsmagnetisierung erhält man $M_S=7.9 \times 10^5$ A/m.

Zur Berechnung des gesuchten Verhältnisses errechnet man zuerst die Sättigungsmagnetisierung durch $M_S=B/\mu_0=2.1$ T$/\mu_0=1.7 \times 10^6$ A/m. Zudem gilt $\mu=M_S V/N=1.96 \times 10^{-23}$ TA/m. Das Verhältnis V/N ist dasselbe wie im ersten Aufgabenteil und konnte deshalb hier einfach eingesetzt werden. Nun ist es möglich, das Verhältnis zwischen echtem magnetischem Moment von Eisen und dem Bohrschen Magneton zu bestimmen $\mu/\mu_B \sim 2.12$.

- **STROMKREISE (8 P)**

A) Driftgeschwindigkeit (4P)

Man betrachte einen Kupferdraht mit Durchmesser 2 mm. Dieser hat eine Elektronendichte von $n_e = 8.5 \times 10^{28}$ m^{-3}. Es fließen in 1 min genau 10^{-2} mol Elektronen durch ihn. Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit der Elektronen?

Die Driftgeschwindigkeit von Elektronen, die ein Volumen ΔV senkrecht zu dessen Querschnittsfläche *A* in einer Zeit Δt durchfließen, ist $v_d = \frac{\Delta V}{A \Delta t}$. Das in der Zeit Δt=60 s von $N_e=10^{-2}$ mol $= 6.022 \times 10^{21}$ Elektronen durchflossene Volumen kann aus der Anzahldichte der Elektronen im Draht berechnet werden: $\Delta V = N_e/n_e$. Die Querschnittsfläche ergibt sich aus dem Durchmesser *d* = 0.002 m durch $A = \pi(d/2)^2$. Es folgt: $v_d = \frac{N_e}{n_e \pi (d/2)^2 \Delta t} = 3.8 \times 10^{-4}$ m/s.

B) Fahrradrücklicht mit Kondensator (4P)

Eine Glühlampe in einem Fahrradrücklicht besitzt die Aufschrift "6V/5W". Nach dem Anhalten leuchtet die Lampe noch 3 Minuten nach, bis die Spannung *U* die Hälfte der Spannung U_0 beträgt, die während des Fahrens anliegt. Berechnen Sie die Kapazität des in dem Rücklicht eingebauten Kondensators.

Die Spannung am Plattenkondensator ist gegeben durch: $U_C=Q/C$ und die Spannung an der Glühlampe ist $U=-RI$. Die Spannung, welche an der Lampe anliegt ist gleich der Spannung am Plattenkondensator: $Q/C=-RI$. Mit der Relation $I=dQ/dt$ erhalten wir für *Q* eine Differentialgleichung erster Ordnung in der Zeit: $Q = -RC(dQ/dt)$. Diese lässt sich mit Hilfe des exponentiellen Ansatzes lösen: $Q = Q_0 \exp(-t/(RC))$.
Auf Grund dessen, dass *Q* und *U* über den konstanten Faktor C miteinander verknüpft sind, können wir das selbe für *U* machen: $U = U_0 \exp(-t/(RC))$. Der Widerstand *R* errechnet sich durch $R = U_0/I_0=U_0^2/P=7.2$ Ohm.
Im letzten Schritt wurden dabei die Werte eingesetzt, die auf der Glühlampe genannt wurden. Mit der Annahme, das die Lampe nicht mehr leuchtet, wenn $U=U_0/2$ folgt: $0.5 = \exp(-t/(RC))$.
So folgt für die Kapazität $C = -\frac{t}{Rln(0.5)} = -\frac{180}{7.2\ln(0.5)}$ F = 36.07 F.

- **ELEKTRODYNAMIK (8 P)**

Abb. A

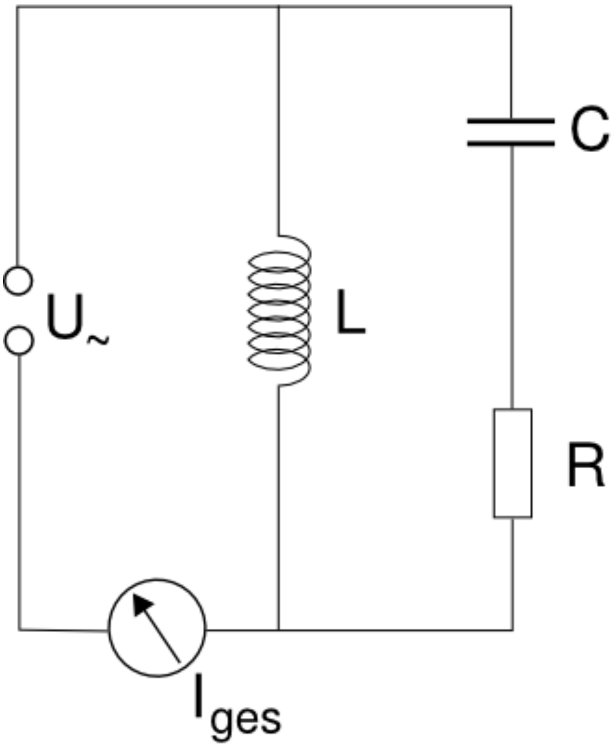
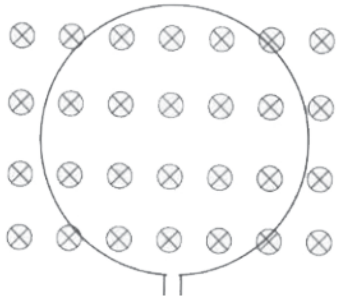


Abb. B



A) Schwingkreis (4 P)

Betrachten Sie den elektrischen Schwingkreis in der obigen Abbildung! Angegeben sind die angelegte Wechselspannung $U_{\sim} = U_0 \cos(\omega t)$ mit Grundspannung U_0 und Frequenz ω, die Induktivität der Spule *L*, die Kapazität des Kondensators *C* sowie der ohmsche Widerstand *R*. An der eingezeichneten Stelle wird der Gesamtstrom I_{ges} gemessen. Geben Sie diesen in Abhängigkeit der gegebenen Größen an! Führen Sie zusätzlich, wo sinnvoll, den "Grundstrom" $I_0 = U_0/R$ ein.

Benutzen Sie die Kirchhoffschen Regeln! Da zu erwarten ist, dass der Strom wie auch die angelegte Spannung oszillieren wird, ist ein reeller Lösungsansatz mit Kosinus- und Sinusfunktionen sinnvoll.

Die Kirchhoffsche Knotenregel liefert zunächst die triviale Beziehung, dass der Strom sich bei Eintritt in die beiden Zweige des Stromkreises in zwei Anteile aufteilt: $I_{ges} = I_1 + I_2$.
Die Kirchhoffsche Maschenregel besagt weiterhin, dass für die beiden Maschen $U_0 \cos(\omega t) - L\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t} = 0$ und $U_0 \cos(\omega t) - RI_2 - \frac{Q_c}{C} = 0$ gelten, wobei Q_c die Ladung am Kondensator darstellt, welche durch $I_2 = \frac{\mathrm{d}Q_c}{\mathrm{d}t}$ gegeben ist.
Durch Integration der ersten Gleichung kommt man auf $I_1(t) = \frac{U_0}{\omega L}\sin(\omega t)$. Da bei *t*=0 s eine Gleichspannung herrscht und die Spule wie die Verbindungsdrähte als widerstandslos angenommen wird, fließt der Strom bei *t* = 0 s nur durch den anderen Zweig und $I_1(0) = 0$. Die Integrationskonstante wurde demnach als 0 gewählt.
Die zweite Gleichung lässt sich lösen, wenn man statt des Stroms die Kondensatorladung betrachtet: $R\frac{\mathrm{d}Q_c}{\mathrm{d}t} + \frac{Q_c}{C} = U_0 \cos(\omega t)$.
Ein sinnvoller Ansatz ist, wie im Hinweis beschrieben, eine reelle Ladungsoszillation, denn ein Imaginärteil würde Energieverlust bedeuten, der hier nicht auftritt:

$Q_c(t) = A\,\sin(\omega t) + B\,\cos(\omega t)$. Nun gilt es, durch Einsetzen in die Gleichung die Konstanten *A* und *B* zu bestimmen. Einsetzen führt zunächst zu:
$[RA\omega + B/C - U_0]\cos(\omega t) + [-RB\omega + A/C]\sin(\omega t) = 0.$
Die Koeffizienten der Kosinus- und der Sinusfunktion müssen, da sie zeitunabhängig sind, beide Null sein. Daraus erhält man: $A = RC\omega B, B = \dfrac{U_0 C}{1 + (RC\omega)^2}$.
Einsetzen in den Lösungsansatz und anschließende Ableitung führt zu

$$I_2(t) = \frac{\mathrm{d}Q_c}{\mathrm{d}t} = \frac{(U_0/R)(RC\omega)^2}{1 + (RC\omega)^2}\cos(\omega t) - \frac{(U_0/R)(RC\omega)}{1 + (RC\omega)^2}\sin(\omega t)\,.$$

Setzt man in I_2 noch die vorgeschlagene Ersetzung $I_0 = U_0/R$ ein, ergibt sich als Gesamtergebnis:

$$I_{ges}(t) = \frac{I_0(RC\omega)^2}{1 + (RC\omega)^2}\cos(\omega t) + \left(\frac{U_0}{\omega L} - \frac{I_0 RC\omega}{1 + (RC\omega)^2}\right)\sin(\omega t)\,.$$

B) Leiterschleife im Magnetfeld (4 P)

Eine kreisförmige Leiterschleife befindet sich in einem homogenen Magnetfeld, das senkrecht zur Kreisfläche steht. Diese Leiterschleife wird nun zusammengezogen, so dass der Radius der Schleife linear mit der Zeit abnimmt. Wie groß ist die in der Schleife induzierte Spannung V(t)? In welche Richtung fließt der Strom?

Es gilt $\Phi_\mathrm{m} = \displaystyle\int \mathbf{B}\cdot \mathrm{d}\mathbf{A} = B\pi r^2 = B\pi(r_0 - at)^2.$
Eingesetzt in die Gleichung für die Induktionsspannung (Faraday Gesetz):

$$U_\mathrm{ind} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{m}}{\mathrm{d}t} = -\,B\pi\frac{\mathrm{d}(r_0 - at)^2}{\mathrm{d}t} = 2a\pi B(r_0 - at).$$

Der induzierte Strom erzeugt ein Magnetfeld, das im Inneren der Schleife der Änderung des Flusses entgegenwirkt. Da der Fluss durch das Zusammenziehen abnimmt, muss durch den Strom ein Magnetfeld erzeugt werden, das im Inneren der Schleife dieselbe Richtung hat, wie das ursprüngliche Magnetfeld. Also fließt der Strom im Uhrzeigersinn.

- **ELEKTROMAGNETISCHE WELLEN (8 P)**

Abb. A

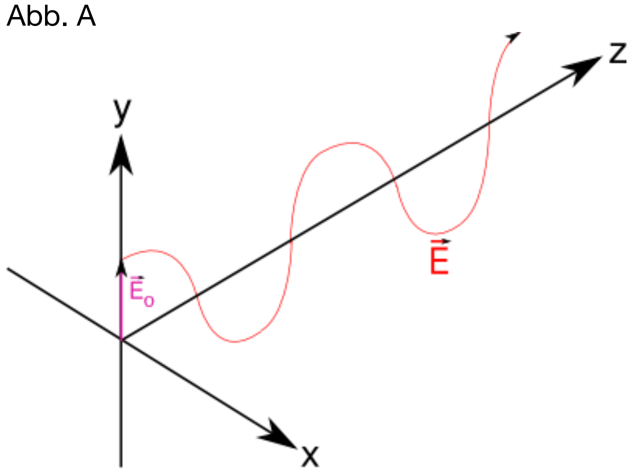
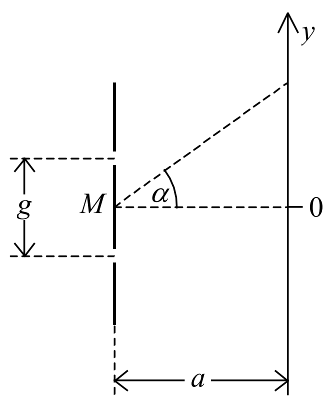


Abb. B



A) Linear polarisierte elektromagnetische Welle (4 P)

Eine linear polarisierte elektromagnetische Welle pflanzt sich, wie in der Abbildung gezeigt, in positive z-Richtung fort. Der Vektor des elektrischen Feldes schwingt wie angegeben entlang der y-Achse. Die Maximalamplitude beträgt E_0=1000 V/m, die Welle hat eine Frequenz von 1 MHz.

Was ist die maximale magnetische Feldstärke B_0?

Elektrische und magnetische Feldstärke in einer elektromagnetischen Welle sind durch $E=cB$ verknüpft, wobei c die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit ist. Es ergibt sich $B_0=E_0/c=3.3\ \mu$T.

Geben Sie Betrag und Richtung des Vektors des magnetischen Feldes an einem Ort an, wo **E**=(0,250 V/m, 0) ist.

Am beschriebenen Ort z_1 hat das Feld ein Viertel des Maximalwertes: $B(z_1)=E(z_1)/c=0.83\ \mu$T. Die Richtung ergibt sich aus der Tatsache, dass **E**, **B**, und der Ausbreitungsvektor **k** ein Rechtssystem bilden, nach der Rechte-Hand-Regel zeigt **B**(z_1) also in positive x-Richtung.

Was ist die kleinste Entfernung zwischen dem zuvor betrachteten Ort und dem nächsten Durchlaufen des maximalen magnetischen Feldes?

Legt man das Koordinatensystem so, dass das Maximum bei z=0 erreicht wird, kann man von einer einfachen Kosinus-Welle ausgehen: $B(z)=B_0\cos(kz)$. Die Wellenzahl k berechnet sich aus der Frequenz $\nu=10^6$ Hz zu $k=2\pi\ \nu/c$. Der Ort z_1 ist dann direkt die gesuchte Entfernung. Es folgt:

$$z_1 = \frac{c}{2\pi\nu} \arccos\left(\frac{B(z_1}{B_0}\right) = 63 \text{ m.}$$

B) Interferenz bei Doppelspalt (4 P)

Eine gerade elektromagnetische Welle der Frequenz 10 GHz läuft senkrecht auf eine Wand zu, in der sich zwei schmale Spalte im Abstand g = 10 cm befinden. In der Entfernung a = 2 m von der Spaltebene wird ein Empfänger längs der y-Achse bewegt.

a) Wie viele Maxima und wie viele Minima registriert der Empfänger?

Maxima und minima in der Interferenz resultieren von der Phasenverschiebung zwischen die zwei sekundäre Wellen die die zwei schmale Spalte generieren (Huygenssches Prinzip). Die Phasenverschiebung lautet $\Delta\phi=(2\pi/\lambda)\Delta s$, wobei λ ist die Wellenlänge und Δs ist die Unterschied in dem optischen Weg. Wenn der Empfänger entlang der y-Achse bewegt, sie/er trifft Maxima und Minima für $\Delta\phi=2\pi m$ bzw. $\Delta\phi = \pi(2n+1)$, für m, n = 0,1,2,3,... Die maximale Δs is gleich der Abstand zwischen den zwei Spalte, deshalb $m_{max}=g/\lambda$ =Integer($g\nu/c$)= Integer(10 cm x 10 GHz/c)=Integer(3.34)=3

Maxima: m=0 und 1,2,3 sowie -1,-2-3, insgesamt 7 Maxima

Zwischen 2 Maxima gibt es 1 Minimum, dann 6 Minima

b) Berechne alle Stellen $y_{max,k}$ bzw. $y_{min,k}$, an denen der Empfänger ein Maximum bzw. ein Minimum registriert.

Die Berechnung für $y_{max,k}$, $y_{min,k}$ ist die Kalkulation der Phasenverschiebung als Funktion von y.

Weil $y=a\tan(\alpha)$ und $\Delta s=g\sin(\alpha)$ sind, dann alpha=arcsin(Δs/g), mit $\Delta s/g=\Delta\phi\,\lambda/(2\pi g)$, und $y=a\tan(\arcsin(\Delta\phi\,\lambda/(2\pi g)))$, mit $\lambda/g=0.29979=0.3$ und $a=2$ m.

$y_{max,0}=0$ m
$|y_{max,1}|=a\tan(\arcsin(1\,\lambda/g))=0.6$ m
$|y_{max,2}|=a\tan(\arcsin(2\,\lambda/g))=1.5$ m
$|y_{max,3}|=a\tan(\arcsin(3\,\lambda/g))=4.1$ m

$|y_{min,1}|=a\tan(\arcsin(0.5\,\lambda/g))=0.3$ m
$|y_{min,2}|=a\tan(\arcsin(1.5\,\lambda/g))=1.0$ m
$|y_{min,3}|=a\tan(\arcsin(2.5\,\lambda/g))=2.3$ m