Aufgabe 9

Geben sei eine homogen geladene Kugel mit dem Radius R, und der Gesamtladung q.

i) Berechnen Sie nach der Beziehung

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

das Potenzial der Ladungsverteilung in einem Punkt P, der vom Kugelmittelpunkt den Abstand r hat. Diskutieren Sie die Fälle $r \leq R$ und $r > R$.

ii) Bestimmen Sie $\vec{E}$ im Punkt P. Verwenden Sie dazu Ihre Ergebnisse aus a).

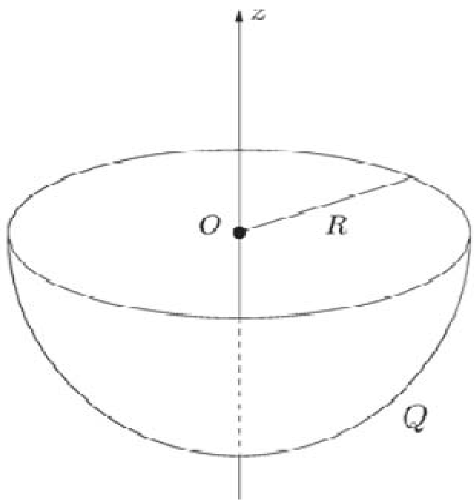
iii) Lösen Sie b) mit Hilfe der Beziehung

$$\oint_S \vec{E} d\vec{A} = \frac{Q_S}{\epsilon_0}$$

Hierbei ist Q_S die Gesamtladung , die von der Oberfläche S (*eng. Surface*) eingeschlossen wird.

Aufgabe 10

Eine Halbkugelschale mit dem Radius R trägt eine konstante Flächenladungsdichte. Ferner sei die Gesamtladung mit Q bezeichnet. Berechnen Sie das Potenzial $\varphi(\vec{r})$ auf der Symmetrie-Achse.



Aufgabe 11

Zur Messung des Füllstands eines Heizöltanks wird im Inneren ein Kondensator aus zwei Metallplatten mit je 2 m Höhe und 10 cm Breite montiert. Der Plattenabstand sei $d = 1$cm. Ferner benutzte man als numerischen Wert $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C}{Vm}$.

a) Wie groß ist die Kapazität des Kondensators bei

i) leerem Heizöltank ?

ii) bei einem Füllstand von 1.5m , wenn für das Heizöl $\epsilon_r = 2.2$ angenommen wird?

b) Der Kondensator wird bei leerem Tank an eine Spannungsquelle U_0 angeschlossen.Wie groß sind die Spannung U , die Ladung Q und die Energie W in Abhängigkeit von den Werten für den leeren Tank U_0, Q_0 und W_0 als auch vom Füllstand h , wenn

i) die Spannungsquelle an dem Kondensator angeschlossen bleibt ?

ii) die Spannungsquelle vor dem Füllen entfernt wird ?

Aufgabe 12

Sie haben in der Vorlesung bereits gelernt, das man das Potenzial einer beliebigen Ladungsverteilung für einen Punkt $P\left(\vec{R}\right)$ dessen Entfernung R vom Zentrum der Ladungsverteilung groß genug ist durch eine Reihenentwicklung nach Potenzen von $\left(\frac{r}{R}\right)^n$ darstellen kann.

$$\varphi\left(\vec{R}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{R}\sum Q_i + \frac{1}{R^3}\sum\left(Q_i\vec{r}_i\right)\vec{R} + \mathcal{O}\left(R^{-5}\right)\right]$$

Man zeige nun, dass für eine homogen geladene Vollkugel mit der Gesamtladung Q aller Terme von (1) bis auf den Monopolterm verschwinden.