

Aufgabe 44

Ein elektrisches Feld sei gegeben durch

$$\vec{E}(t) = A \cos(\omega t + \phi_a) \vec{e}_x + B \cos(\omega t + \phi_b) \vec{e}_y$$

Zeigen Sie zunächst, dass

$$\vec{E}(0) \times \vec{E}(t) = AB \sin \phi \sin(\omega t) \vec{e}_z$$

mit $\phi = \phi_a - \phi_b$. Beweisen Sie anschließend die allgemeinere Form:

$$\vec{E}(t_1) \times \vec{E}(t_2) = AB \sin \phi \sin(\omega(t_2 - t_1)) \vec{e}_z$$

Wie kann man lineare Polarisation mithilfe dieser Gleichung erklären?

Aufgabe 45

Ein langes, gerades Koaxialkabel besitzt eine Innenleiter mit dem Radius r_i und einen zylindrischen Mantel mit Außenradius r_a . Das Kabel transportiert elektrische Leistung, wobei ein Strom I fließt und zwischen Innen- und Außenleiter eine Spannung U besteht. Die Verluste im Kabel seien zu vernachlässigen.

- i) Wie lauten die Felder $\vec{E}(\vec{r})$ und $\vec{B}(\vec{r})$ zwischen Innen- und Außenleiter?

Der *Poynting-Vektor* $\vec{S} := \frac{1}{\mu_0} (\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r}))$ beschreibt die Richtung und den Betrag des Energietransports in einem solchen System

- ii) Berechnen Sie den Poynting-Vektor
- iii) Zeigen Sie durch Integration über den Kabelquerschnitt, dass die übertragene Leistung $P = UI$ in Form elektromagnetischer Feldenergie zwischen Innen- und Außenleiter strömt.

Aufgabe 46

Wir betrachten einen ruhenden Stück Leiterdraht der Länge L_0 . In dem Draht fließe ein Strom der Stärke I . Außerdem bewege sich eine Probeladung q mit Geschwindigkeit v parallel zum Draht. Durch das Magnetfeld des stromdurchflossenen Leiters erfährt die Probeladung eine Kraft. Im Folgenden soll das System aus dem Ruhesystem

- a) des Drahtes und
- b) der Probeladung

betrachtet werden. Welche Kraft wirkt auf das Teilchen?

Herangehensweise:

zu a): Bestimmen Sie die Lorentzkraft eines vom Strom I durchflossenen Leiters, indem Sie die Formel für das Magnetfeld bestimmen.

zu b): Gehen Sie nun in das Ruhesystem der Probeladung. Nehmen Sie vereinfacht an, die Probeladung bewege sich mit der gleichen Geschwindigkeit v parallel zum Leiter wie die Elektronen des Stroms I im Leiter. Wir idealisieren den Leiter durch zwei gerade Linienladungsdichten, eine positive λ_+ , welche die Atomrümpfe darstellen, und eine negative λ_- , welche die Elektronen darstellt. Jede dieser Linienladungsdichten verursacht ein elektrisches Feld und eine der beiden ein Magnetfeld im Ruhesystem der Probeladung (welche?). Bestimmen Sie die Felder.

Überlegen Sie sich anschließend: Im Ruhesystem des Leiters erscheinen die Abstände zwischen den bewegten Elektronen verkürzt, sowie die Abstände der Atomrümpfe im Ruhesystem der Probeladung verkürzt erscheinen. Wie sieht es im Ruhesystem der Probeladung aus? Nutzen Sie diese Überlegungen um mithilfe der Längenkontraktion die Ladungsdichten $\lambda'_+ = \gamma\lambda_+$ und $\lambda'_- \propto \lambda_-$ im Ruhesystem der Probeladung zu bestimmen (Für λ'_+ steht das Ergebnis bereits hier... was gilt für λ'_- ?). Stellen sie damit schließlich die Kraft F' im Ruhesystem der Probeladung auf und transformieren Sie sie gemäß $F' = \gamma F$ zurück in das Ruhesystem des Drahtes. Was fällt Ihnen auf?