Aufgabe 37

Gegeben seien folgende Felder:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t),$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \frac{1}{ck}(\vec{k}\times\vec{E}_0)\sin(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

Außerdem gelte $\vec{E}_0 \cdot \vec{k} = 0$, $\omega = ck$.

i) Zeigen Sie, dass diese Felder für $\rho(\vec{r},t) = 0$ und $\vec{j}(\vec{r},t) = \vec{0}$ wirklich Lösungen der vier Maxwell-Gleichungen sind.

ii) Finden Sie für diese Felder Potentiale $\vec{A}(\vec{r},t)$ und $\Phi(\vec{r},t)$ mit

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \nabla\times\vec{A}(\vec{r},t),$$
$$\vec{E}(\vec{r},t) = -\nabla\Phi(\vec{r},t) - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}(\vec{r},t),$$

die der Coulomb-Eichbedingung $\nabla\cdot\vec{A}(\vec{r},t) = 0$ genügen.

Aufgabe 38

Ein Schwingkreis aufgebaut durch eine Reihenschaltung von L,R und C wird durch eine Wechselspannung $u = U_0 e^{j\omega t}$ zu erzwungenen Stromschwingungen $i = I_0 e^{j(\omega t - \varphi)}$ angeregt. Dabei ist φ die Phase zwischen i und u sowie j die imaginäre Einheit.

i) Bestimmen Sie den Phasenwinkel φ sowie das Amplitudenverhältnis U_0/I_0. Stellen Sie dazu mithilfe der Maschenregel eine Differentialgleichung in i auf und lösen Sie diese.

ii) Was ergibt sich im Resonanzfall für das Amplitudenverhältnis?

iii) Es sei $L = 1\text{H}$, $R = 1\text{k}\Omega$ und $C = 1\mu\text{F}$. Bestimmen Sie φ für $\omega \in \{800, 1000, 1200\}1/\text{s}$

Aufgabe 39

Das magnetische Vektorpotential eines Hertzschen Dipols mit dem Dipolmoment $\vec{p} = p\vec{e}_z$ lautet:

$$\vec{A} = A_0\vec{e}_z$$
$$A_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\omega p}{r}exp[i(\omega t - kr)]$$

Stellen Sie das Vektorpotential in Kugelkoordinaten und den zugehörigen Einheitsvektoren dar. Berechnen Sie aus $\vec{A}$ die magnetische Feldstärke $\vec{B}$ und machen Sie anschließend eine Näherung für das Fernfeld $kr >> 1$.