Universität Siegen
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Department Physik

Winter Semester 2017/2018
Prof. Dr. Mario Agio

Klausur Experimentalphysik I - Musterlösung

Experiment (5 P)

Erläutern Sie den Versuch und erklären Sie warum der Ball trifft nicht das Tor, wenn der Ball mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 gegen dem Tor in einer rotierende Koordinatensystem geschossen ist.

Es handelt sich um ein nicht inertial Koordinatensystem mit Scheinkräften. Der Ball mit Geschwindigkeit v_0 fühlt die Coriolis Beschleunigung $a_C = 2v_0\omega$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit der rotierende Koordinatensystem ist und $\boldsymbol{a}_C$ senkrecht zur $\boldsymbol{v}_0$ ist. Obwohl der Ball im Richtung des Tors geschossen ist, die Bahnkurve entspricht nicht einer geradlinige Bewegung wegen a_C und deshalb der Ball trifft das Tor nicht.

Kurzfragen (25 P)

- Nennen Sie die drei Newtonsche Axiome und erläutern Sie diese. (3 P)

1) Trägheitsprinzip: In einem Inertialsystem ohne Kräfte befindet sich ein Körper entweder in Ruhezustand oder in geradlinige gleichförmige Bewegung.

2) Aktionsprinzip: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{F}$ ist die Kraft (Vektor), m die Masse des Köpers, und $\boldsymbol{a}$ die Beschleunigung (Vektor).

3) Reaktionsprinzip: für eine Kraft $\boldsymbol{F}_{12}$, die von Körper 1 auf 2 wirkt, gibt es eine Kraft $\boldsymbol{F}_{21}$, die von Körper 2 auf 1 wirkt. Die Kräfte sind gleich im Betrag und haben entgegengesetzte Richtung, $\boldsymbol{F}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21}$.

- Nennen Sie drei Erhaltungsgrößen der klassischen Mechanik und erläutern Sie diese. (3 P)

1) Impuls $\boldsymbol{p}$: $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$, von 2. Newtonsche Axiom $\boldsymbol{F} = \mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t$, deshalb wenn $\boldsymbol{F} = 0$, $\boldsymbol{p}$ ist konstant.

2) Mechanische Energie: $E = E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{pot}}$, i.e. die Summe der kinetische und der potentielle Energie. In einer konservative Kraftfeld ist die Arbeit W gleich die Änderung der kinetische Energie und gleich minus die Änderung der potentielle Energie. Deshalb die gesamt Energie bleibt konstant.

3) Drehimpuls: $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$, von 2. Newtonsche Axiom für die Rotation, das Drehmoment $\boldsymbol{M} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$. Deshalb wenn $\boldsymbol{M} = 0$, $\boldsymbol{L}$ ist konstant.

- Welche Größen der Rotation entsprechen folgenden Größen der Translation (Masse, Impuls, Kraft)? (3 P)

1) Trägheitsmoment I entspricht der Masse m.

2) Drehimpuls ***L*** entspricht dem Impuls ***p***

3) Drehmoment ***M*** entspricht der Kraft ***F***

- In Stossprozesse welche zwei physikalische Größen könnten erhalten sein? Warum eine ist immer erhalten? (2 P)

Der Impuls ***p*** und die kinetische Energie E_{kin} sind die zwei physikalische Größen die in einer Stossprozesse erhalten werden können. Der Impuls ist immer erhalten, weil keine äußere Kraft in einem Stoß wirkt. Die kinetische Energie ist erhalten nur bei elastische Stoßen.

- Erläutern Sie die 2. Newtonsches Axiom für die Rotation eines starres Objekt. (2 P)

Für die Rotation eines starres Objekt man hat die sogenannte Trägheitsmoment I = int (r^2 dm), wobei r die Abstand von der Rotationsachse und dm ein infinitesimal Masselement sind, die Winkelbeschleunigung alpha, und das Drehmoment $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$. Die 2. Newtonsche Axiom lautet $\boldsymbol{M} = I$ alpha. Eine alternative Formulierung wäre $\boldsymbol{M} = \mathrm{d}\boldsymbol{L}/\mathrm{d}t$, mit $\boldsymbol{L} = I$ omega und omega die Winkelgeschwindigkeit ist.

- Erläutern Sie die Unterschied zwischen einer harmonische Schwingung und einer harmonische Welle. (2 P)

Für eine harmonische Schwingung die Auslenkung x ist eine Funktion der Zeit t durch $x(t) = x_0\cos(\omega t + \phi)$. Für eine harmonische Welle die Auslenkung x ist einer Funktion der Zeit und der Position z durch $x(z,t) = x_0\cos(\omega t - kz + \phi)$. ω ist die Winkelfrequenz, k ist der Wellenvektor und ϕ ist die Phasekonstante. Für eine Welle die Auslenkung sich fortpflanzt mit einer Geschwindigkeit $v = \omega/k$.

- Erläutern Sie die Struktur einer stehende Welle. (2 P)

Eine stehende Welle ist die Superposition zwei identische Wellen die aber in der Gegenrichtung sich ausbreiten, z.B.: $x(z,t) = x_0(\cos(\omega t - kz) + \cos(\omega t + kz))$. Durch die Summe der zwei Cosinus Funktionen, bekommt man $x(z,t) = 2x_0\cos(kz)\cos(\omega t)$, d.h. die resultierende Welle nicht mehr sich fortpflanzt und die Amplitude der Schwingung ist einer Funktion der Position z. Wenn $\cos(kz) = 0$ haben wir Knoten, wenn $\cos(kz) = +/- 1$ haben wir Bäuche.

- Erläutern Sie die Ursache der hydrostatische und der hydrodynamische Auftriebskräfte? (3 P)

Die hydrostatische Auftriebskraft stammt aus dem Archimedischen Prinzip und zwar $F = \rho Vg$, wobei ρ die Dichte der Flüssigkeit, V das Volumen des Körpers in der Flüssigkeit und g die Gravitationsbeschleunigung sind.

Die hydrodynamische Auftriebskraft stammt aus Bernoulli Theorem ($p + \rho v^2/2 + \rho gh$ = konstant) und zwar $\mathrm{d}p = - \rho v \mathrm{d}v$. Wobei d$p$ die Druck Änderung in der Flüssigkeit (mit Dichte ρ), wenn die Geschwindigkeit v ändert sich.

- Erläutern Sie das „Nullgesetz“ der Thermodynamik oder die Bedeutung des thermisches Gleichgewichtes. (2 P)

Wenn Körper *A* in thermisches Gleichgewicht mit Körper *B* ist und Körper *B* in thermisches Gleichgewicht mit Körper *C* ist, auch *A* und *C* sind in thermisches Gleichgewicht und die Temperatur der Körpern sind alle gleich: $T_A = T_B = T_C$.

- Nenne Sie die drei Hauptsätze der Thermodynamik und erläutern Sie diese. (3 P)

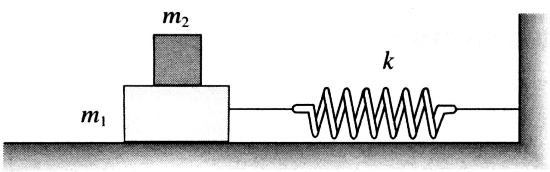
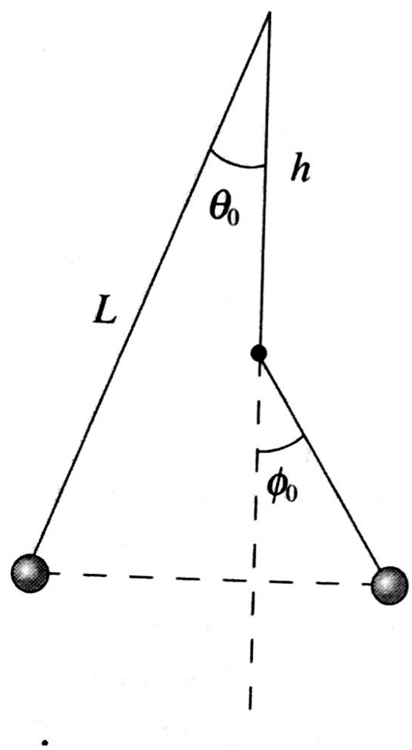
1) Die erste Hauptsatz der Thermodynamik ist eine Erhaltungssatz der innere Energie *U* eines Systems: $dU = dW + dQ$. Die Änderung der innere Energie eines Systems ist gleich die verrichtete Arbeit dW und die Wärme Tausch dQ mit dem Umgebung.

2) Die zweite Hauptsatz der Thermodynamik entspricht der „Qualität" der Wärme als Energie. Es gibt verschiede äquivalente Formulierungen, z.B., es ist unmöglich, dass eine Maschine nur mit Wärme Energie von einer einzelner Quelle Arbeit verrichtet (*Perpetuum Mobili* zweite Art).

3) Die dritte Hauptsatz der Thermodynamik oder Nernst Theorem sagt, dass die null Temperatur (T = 0 K) ist unmöglich zu erreichen.

Rechenteil (40 P)

- **PUNKTMECHANIK (8 P)**

Abb. A	Abb. B
	

A) Kräfte (4 P)

Ein Körper der Masse m_1 = 3 kg ist an einer Feder mit einer Federkonstante k = 25 N/m befestigt. Über m_1 wird ein zweiter Massenkörper m_2 = 1 kg angeordnet (Abb. A). Der Haftreibungskoeffizient zwischen den beiden ist μ_s = 0,4. Berechnen Sie die maximale Auslenkung in Bezug auf die Ruheposition, die das System haben kann, wenn Sie nicht möchten, dass m_2 sich in Bezug auf m_1 bewegt.

Wenn die zwei Masse nicht relativ Bewegen, die Federkraft und die 2. Newtonsche Axiom lauten: $-kx = (m_1+m_2)a$. Die maximale Beschleunigung a_m ist proportional zur maximale Auslenkung x_m durch $a_m = -kx_m/(m_1+m_2)$. Diese Beschleunigung entspricht der maximale Haftreibungskraft $F = m_2 a_m$ gleich $\mu_s N$, wobei $N = m_2 g$ die Normalkraft ist. Dann $a_m < \mu_s g$ und $x_m < \mu_s g(m_1+m_2)/k$.
Antwort $x_m = 0.63$ m.

B) Energie (4 P)

Ein einfaches Pendel der Länge L wird mit Nullgeschwindigkeit vom Winkel θ_0 zur Vertikalen aufgegeben. Beim Durchgang durch die statische Gleichgewichtsposition ($\theta = 0$) trifft der Draht auf einen h vom Fersenpunkt entfernten Haken (Abb. B). Beweisen Sie, dass die Masse die gleiche Höhe erreicht, die sie ohne den Zapfen erreicht hätte, und berechnen Sie den Winkel ϕ_0.

Die Erhaltung der mechanische Energie ($E_{kin} + E_{pot}$ = konstant), weil $E_{kin} = 0$, sagt dass $E_{pot}(\theta_0) = E_{pot}(\phi_0)$. Weil $E_{pot}(\theta_0) = (1-\cos(\theta_0))Lmg$ und $E_{pot}(\phi_0) = (1-\cos(\phi_0))(L-h)mg$, mit m die Masse und g die Gravitationsbeschleunigung, bekommt man $\phi_0 = \cos^{-1}(1-(1-\cos(\theta_0))L/(L-h)) =$

Das Resultat hat Galileo Galilei entdeckt ohne Newtonsche Mechanik!

- **STARRE OBJEKTE (8 P)**

Abb. A

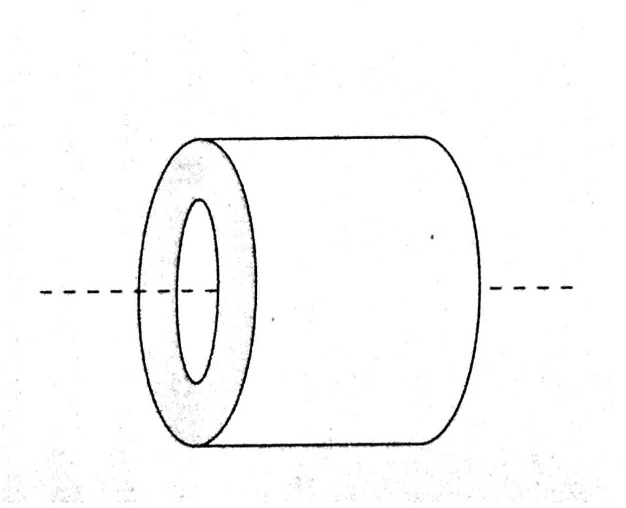
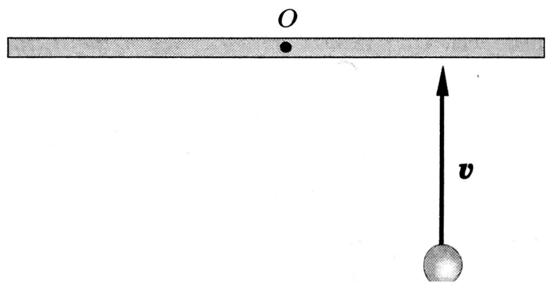


Abb. B



A) Trägheitsmoment (2 P)

Ein Hohlzylinder hat einen Innenradius R_1 und einen Außenradius R_2, die Masse ist m und die Länge ist L (Abb. A). Berechnen Sie das Trägheitsmoment in Bezug auf die Achse.

Die Definition des Trägheitstmoments lautet $I = \int r^2 dm$. Das Hohlzylinder ist homogen und hat eine zylindrische Symmetrie. Dann bekommen wir ein Volumenintegral mit zylindrische Koordinaten: $I = m/V \iiint d\phi d\rho dz \rho^3$, wobei V das Volumen $V = \pi L(R_2^2 - R_1^2)$ des Hohlzylinder ist. Die Integration lauft von 0 bis 2pi für ϕ, von R_1 bis R_2 für ρ und von 0 bis L für z, dann $I = \pi L(m/2V)(R_2^4 - R_1^4) = m(R_2^2 + R_1^2)/2$.

B) Kinetische Energie (6 P)

Ein langer Stab L = 1,2 m kann sich in einer vertikalen Ebene um sein Zentrum O drehen. Die Masse des Stabes ist M = 2,5 kg. Ein Massenpunkt m = 0.25 kg, senkrecht von unten nach oben abgeschossen, trifft auf den Stab in einem Abstand R = 0.4 m von O und bleibt an diesem haften (Abb. B). Die Geschwindigkeit von m zum Zeitpunkt des Aufpralls beträgt v = 20 m/s.
Berechnung:

(2 P) Die Winkelgeschwindigkeit des Systems unmittelbar nach dem Aufprall
(2 P) Die Veränderung der kinetischen Energie des Systems bei der Kollision
(2 P) Die Winkelgeschwindigkeit des Systems bei einer 90° Drehung.

Das Trägheitsmoment der Stab ist $I = ML^2/12$

Es handelt sich um einem unelastischen Stoß mit dem Erhaltung der Drehimpuls. Vor dem Stoß das Drehimpuls ist mvR und nach dem Stoß $(mL^2/12 + mR^2)\omega$, dann $\omega = mvR/(mL^2/12 + mR^2)$ = 5.9 rad/s.

Die kinetische Energie vor der Kollision ist $E_{kin,i} = mv^2/2$ und nach der Kollision $E_{kin,f} = (mL^2/12 + mR^2)\omega^2/2$. Die Änderung der kinetische Energie ist $E_{kin,f} - E_{kin,i} = (mL^2/12 + mR^2)\omega^2/2 - mv^2/2$ = 44.1 J.

Bei einer 90° Drehung die potentielle Energie im Gravitationsfeld E_{pot} steigt und für die Erhaltungssatz der mechanische Energie die kinetische Energie E_{kin} muss kleiner sein: $E_{kin,0} + E_{pot,0} = E_{kin,90} + E_{pot,90}$. Mit $E_{pot,0} = 0$, $E_{pot,90} = mgR$ und $E_{kin,0} = E_{kin,f}$, bekommen wir $E_{kin,90} = (mL^2/12 + mR^2)\omega'^2/2 = (E_{kin,0} - E_{pot,90}) = (mL^2/12 + mR^2)\omega^2/2 - mgR$. ω'= 5.4 rad/s.

- **SCHWINGUNGEN (8 P)**

Ein harmonischer Oszillator wird kritisch gedämpft ($\omega = \gamma$). Die Anfangsbedingungen sind $x(0)$ = 0,16 m, $v(0)$ = 0 m/s. Die Masse beträgt m = 0,4 kg, die Federkonstante beträgt k = 2,5 N/m.
Berechnung:

(4 P) Der Zeitpunkt und die Position, an der die Geschwindigkeit maximal ist
(2 P) Der maximale Wert der Geschwindigkeit
(2 P) Die Beziehung zwischen der mechanischen Energie in diesem Moment und der anfänglichen mechanischen Energie.

Die Auslenkung eines harmonisches Oszillators mit kritische Dämpfung lautet $x(t) = \exp(-\gamma t)(At+B)$, mit A und B Koeffizienten zu bestimmen durch die Anfangsbedingungen. Bei kritische Dämpfung, $\gamma = \omega = \sqrt{(k/m)}$ = 2,5 rad/s. Die Geschwindigkeit $v(t) = dx/dt = -\gamma x(t) + A\exp(-\gamma t)$. Dann $x(0) = B$ = 0,16 m und $v(0) = -\gamma B + A$ = 0 m/s, gibt $A = \gamma B$ = - 0,16 x 2,5 m/s = 0,4 m/s und B = 0,16 m.

Die Geschwindigkeit ist maximal, wenn $dv/dt = 0$ und zwar $v(t_m) + A\exp(-\gamma t_m) = 0$, d.h. $t_m = 1/\gamma$ = 0,4 s. Die Position bei t_m lautet $x(t_m) = 2B\exp(-1)$ = 0,32/e m = 0,12 m.

Der maximale Wert der Geschwindigkeit ist $v(tm) = -\gamma B\exp(-1)$ = - 0,4/e m/s = - 0,15 m/s.

Die anfängliche mechanische Energie ist $E(t{=}0) = E_{pot}(0) = kx^2(0)/2 = kB^2/2$ = 0,032 J, weil $v(0)$ = 0 m/s. Die mechanische Energie bei $t{=}t_m$ ist $E_{pot}(t_m) + E_{kin}(t_m) = kx^2(t_m)/2 + mv^2(t_m)/2 = 2kB^2/e^2 + kB^2/2e^2 = 2{,}5\, kB^2/e^2$ = 0,022 J. Die Beziehung ist dann $E(t_m)/E_{pot}(0) = 5/e^2$ = 0,68.

- **HYDRODYNAMIK (8 P)**

Abb. A

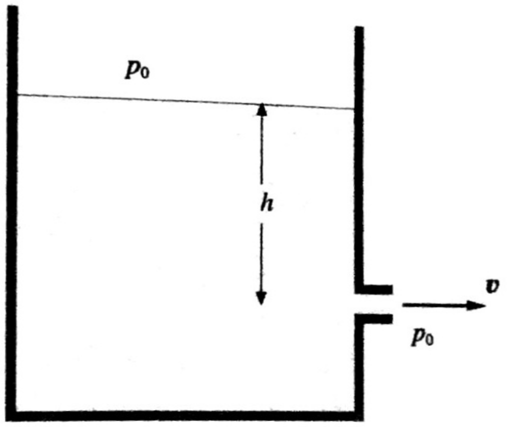
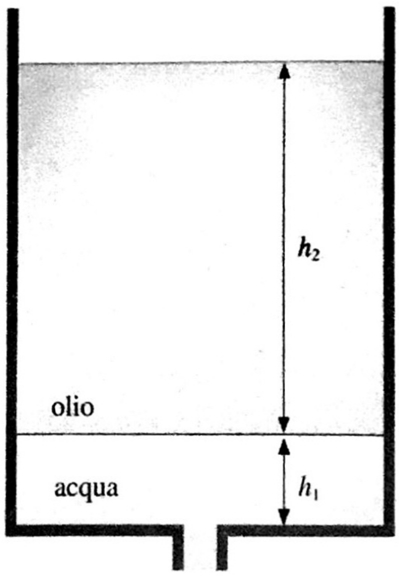


Abb. B



A) Torricelli Theorem (4 P)

Ein Behälter, der eine Flüssigkeit mit einer Dichte ρ enthält, weist an der Wand ein kleines Loch mit einem vernachlässigbaren Querschnitt in Bezug auf den Behälterabschnitt in einem Abstand h von der freien Oberfläche auf (Abb. A). Der Druck in der Umgebung, in der sich das Behälter befindet, ist überall p_0. Wir wollen die Geschwindigkeit bestimmen, mit der die Flüssigkeit aus dem Loch kommt (Strömungsgeschwindigkeit).

Wir nutzen Bernoulli Theorem ($p + \rho v^2/2 + \rho gh$ = konstant). Weil die Geschwindigkeit im Behälter ist praktisch null im vergleich zum Loch und $p = p_0$ überall, dann $\rho gh = \rho v^2/2$ und $v = \sqrt{(2gh)}$. Die Geschwindigkeit ist unabhängig von der Dichte der Flüssigkeit. Dieses Resultat hat Evangelista Torricelli (Assistent von Galileo Galilei) ohne Wissen von Bernoulli Theorem gezeigt.

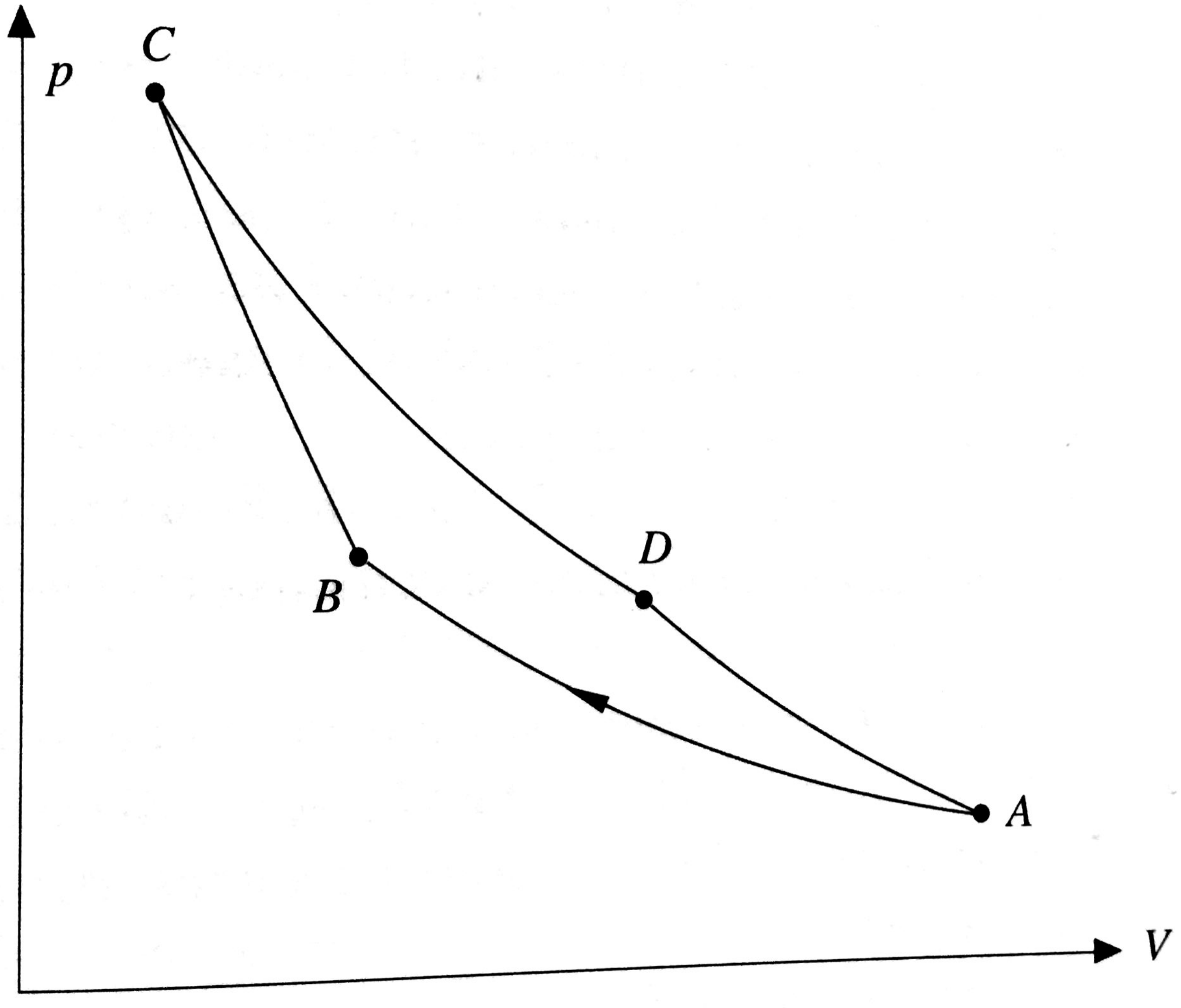
B) Tank mit Öl und Wasser (4 P)

Ein Tank ist mit Wasser und Öl gefüllt, was wir als ideale Flüssigkeiten betrachten (Abb. B). Die Dichte des Öls beträgt ρ_0 = 900 Kg/m^3, die Höhe der Wasserschicht beträgt h_1 = 1 m, die der Ölschicht beträgt h_2 = 4 m. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, mit der Wasser anfänglich aus einem kleinen Loch im Tankboden austritt. Der Druck in der Umgebung ist überall p_0.

Auch hier nutzen wir Bernoulli Theorem ($p + \rho v^2/2 + \rho gh$ = konstant). Wir können die Geschwindigkeit der Flüssigkeiten im Tank vernachlässigen. Dann, $\rho gh_1 + \rho_0 gh_2 = \rho v^2/2$ und $v = \sqrt{(2g(h_1+h_2\rho_0/\rho))}$ = 9,5 m/s.

- **THERMODYNAMIK (8 P)**

Abb. A



A) Thermisches Gleichgewicht und latente Wärme (4 P)

Flüssigstickstoff siedet bei Atmosphärendruck bei der Temperatur T_0 = -196 °C. Die latente Wärme beträgt $\Lambda = 2 \cdot 10^5$ J/kg. Ein Massenkörper $m = 5 \cdot 10^{-2}$ kg, spezifische Wärme $c = 4 \cdot 10^2$ J/kg/K (konstant), Temperatur T = 24 °C wird in ein großes Gefäß eingetaucht, das siedenden flüssigen Stickstoff enthält. Berechnen Sie, wie viel Stickstoff verdampft.

Die Kühlung des Massenkörpers von 24 °C nach - 196 °C benötigt eine Menge von Wärme gleich $Q = mc(T - T_0) = 4400$ J. Diese Wärme ist geliefert durch die Evaporation vom Flüssigstickstoff. Die verdampfte Stickstoff ist dann $M = Q/\Lambda = 2{,}2 \cdot 10^{-2}$ kg.

B) Thermodynamischer Zyklus (4 P mit 4 P Bonus)

Ein ideales einatomiges Gas beschreibt einen Carnot-Zyklus (Abb. A). Im Zustand A, $V_A = 10^{-1}$ m³, p_A = 1,013 bar, T_2 = 290 K. Die in einem Zyklus absorbierte Wärme ist Q_1 = 8933 J und die erzeugte Arbeit ist W = 1930 J.

(4 P) Berechnen Sie die obere Temperatur T_1 und das minimale Volumen von dem Gas.

(4 P) Wenn der Behälter ein Zylinder der Sektion $S = 10^3$ cm^2 ist und wenn eine Reibungskraft zwischen Kolben und Zylinder $F = 500$ N ist, berechnen Sie die Minderung der Wirkungsgrad (4 P Bonus)

In einem Carnot-Zyklus die Wirkungsgrad $\eta = W/Q_1$ ist auch $\eta = 1-T_2/T_1$. Dann $T_1 = T_2/(1-W/Q_1) =$ 370 K.

Das minimale Volumen von dem Gas findet am C statt. Im Zustand A, finden wir wieviel Mol n der Gas hat: $n = p_A V_A/(RT_2) = 4{,}2$ Mol. Durch ein isothermisches Prozess geht das System von Zustand A nach Zustand B und tauscht dir Wärme Q_2 mit dem Umgebung. Die Wärme Q_2 ist $(W-Q_1) = -7003$ J. Q_2 ist aber auch gleich die verrichtete Arbeit eines isothermisches Prozess und zwar $nRT_2\ln(V_B/V_A)$. $V_B = V_A/2 = 5 \cdot 10^{-2}$ m^3. Die nächste Transformation, von B nach C, ist adiabatisch. Dann $T_2\,(V_B)^{\gamma-1} = T_1\,(V_C)^{\gamma-1}$. Für ein ideales einatomiges Gas $\gamma-1 = R/c_V = 2/3$, dann $V_C = 3{,}47 \cdot 10^{-2}$ m^3.

Die Bewegung des Zylinders zwischen V_A und V_C ist gleich $h = (V_A-V_C)/S = 0{,}653$ m. Die verrichtete Arbeit der Reibungskraft in einem Zyklus ist dann $W_{\text{reib}} = 2Fh = 653$ J. Die Minderung der Wirkungsgrad ist $\Delta\eta = W/Q_1 - (W-W_{\text{reib}})/Q_1 = W_{\text{reib}}/Q_1 = 0{,}073$ und die relative Minderung $\Delta\eta/\eta = W_{\text{reib}}/W = 34\%$.