Universität Siegen
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät
Department Physik

Wintersemester 2017/18
Prof. Dr. Mario Agio

Klausur zur Vorlesung „ Experimentalphysik I (WS 2017/18)“

Aufgabe 1: Experiment (5 Punkte)

Für folgende Aussagen wurden Punkte verteilt

i) $\boxed{\text{1.5 P.}}$ Bei der Holzflöte handelt es sich um einen hölzernen luftgefüllten Korpus. Durch Pusten wird die Luft in dem Korpus zum schwingen gebracht.

ii) $\boxed{\text{1.5 P.}}$ Passen Wellenlänge und Rohrlänge zusammen, führt die Superposition der beiden entgegengesetzt fortlaufenden Wellen zu einer stehenden Welle. Die Wellenlänge muss einer Resonanzfrequenz entsprechen.

iii) $\boxed{\text{1 P.}}$ Bei geschlossener Klappe befindet sich an der Klappe ein Knotenpunkt.

iv) $\boxed{\text{1 P.}}$ Bei offener Klappe befindet sich am Flötenende ein Schwingungsbauch. Streng genommen befindet sich dieser leicht außerhalb der Flöte. Bei geschlossener Klappe klingt der Ton eine Oktave tiefer.

Aufgabe 2: Kurzfragen (19 Punkte)

i) $\boxed{\text{3 P.}}$ Nennen Sie die Newtonschen Axiome und erläutern Sie diese. Es gibt drei Newtonsche Axiome. Diese sind

(1) $\boxed{\text{1 P.}}$ Das Trägheitsprinzip. Ein kräftefreier Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig.

(2) $\boxed{\text{1 P.}}$ Das Aktionsprinzip. Wenn eine Kraft $\vec{F}$ auf einen Körper mit der Masse m wirkt, beschleunigt sie ihn mit

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

(3) $\boxed{\text{1 P.}}$ Das Reaktionsprinzip. Wenn eine Kraft $\vec{F}$, die auf einen Körper wirkt, ihren Ursprung in einem anderen Körper hat, so wirkt auf diesen die entgegengesetzt gleiche Kraft $-\vec{F}$.

ii) $\boxed{\text{3 P.}}$ Nennen Sie drei Erhaltungsgrößen der klassischen Mechanik und erläutern Sie diese. Die im folgenden definierten Größen sind nur in abgeschlossenen Systemen erhalten.

(1) $\boxed{\text{1 P.}}$ Energieerhaltung : In einem abgeschlossenen System ist die Gesamtenergie erhalten bzw. die Gesamtenergie ist zeitlich konstant.

(2) $\boxed{\text{1 P.}}$ Impulserhaltung : In einem abgeschlossenen System ist der Gesamtimpuls des Systems erhalten, bzw. der Gesamtimpuls ist zeitlich konstant. Es dürfen keine äußeren Kräfte wirken.

(3) $\boxed{\text{1 P.}}$ Drehimpulserhaltung : In einem abgeschlossenen System ist der Gesamtdrehimpuls des Systems erhalten, bzw. der Gesamtdrehimpuls ist zeitlich konstant. Es dürfen keine äußeren Drehmomente wirken.

iii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Erläutern Sie die Unterschiede zwischen konservativen und nicht-konservativen Kräften. Warum ist eine Zentralkraft konservativ?

(1) $\boxed{\text{1 P.}}$ In einem konservativen Kraftfeld ist die Summe aus kinetischer Energie und potenzieller Energie zu jedem Zeitpunkt erhalten. In einem nicht-konservativen Kraftfeld kann die mechanische Energie des Systems in andere Energieformen umgewandelt werden. Eine Kraft ist konservativ, wenn

$$\vec{F} = -grad\,(U) \quad , \quad \oint \vec{F} d\vec{r} = 0 \quad , \quad rot\left(\vec{F}\right) = 0$$

(2) $\boxed{\text{1 P.}}$ Eine Zentralkraft ist eine Kraft, bei der gilt

$$\vec{F} || \vec{r}$$

Insbesondere gilt dann für das Drehmoment $\vec{M}$ und den Drehimpuls $\vec{L}$ die Gleichung

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{0} \Longrightarrow \vec{L} = const.$$

Zentralkräfte sind nun konservativ, da die Rotation über diese verschwindet, also mit $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{e}_r$ gilt

$$rot\left(\vec{F}\right) = rot\,(f(r)\vec{e}_r) = 0$$

iv) $\boxed{\text{2 P.}}$ Erläutern Sie das archimedische Prinzip.
Das archimedische Prinzip besagt, dass der statischen Auftrieb eines Körpers in einem Medium genauso groß ist wie die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums $\boxed{\text{1 P.}}$ Die Ursache liegt darin, dass der hydrostatische Druck an der Ober- bzw. Unterseite des eingetauchten Körpers unterschiedlich groß ist. $\boxed{\text{1 P.}}$

v) $\boxed{\text{3 P.}}$ Erläutern Sie die drei Hauptsätze der Thermodynamik

(1) $\boxed{\text{1 P.}}$ Erster Hauptsatz : Die Energie eines abgeschlossenen Systems ist konstant , also

$$\Delta U = Q + W$$

wobei U die innere Energie, W die Arbeit und Q die Wärme, welche das System mit der Umgebung austauscht, beschreibt.

(2) $\boxed{\text{1 P.}}$ Zweiter Hauptsatz : Der zweite Hauptsatz beschreibt, welcher Bruchteil der Wärmeenergie eines Systems in mechanische Energie umgewandelt werden kann. Bezeichne η den Wirkungsgrad, dann kann der zweite Hauptsatz formuliert werden als

$$\eta < 1 \quad \textit{und} \quad \eta_{max} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \textit{für die Carnot-Maschine}$$

(3) $\boxed{\text{1 P.}}$ Dritter Hauptsatz : Der dritte Hauptsatz besagt die Unerreichbarkeit des Absoluten Nullpunktes ($0K = -273.15°C$).

vi) $\boxed{\text{2 P.}}$ Was ist eine Zustandsgröße eines thermodynamischen Systems?
Ein Gleichgewichtszustand eines Systems ist eindeutig bestimmt $\boxed{\text{1 P.}}$, wenn die drei Größen Volumen V , Druck p und und Temperatur T festliegen. Man nennt diese deshalb Zustandsgrößen $\boxed{\text{1 P.}}$.

vii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Kann sich eine transversale Welle im Gas fortpflanzen? Wenn ja, warum?
Während in festen Körpern sowohl longitudinale als auch transversale Wellen möglich sind, gibt es in Gasen nur longitudinale mechanische Wellen $\boxed{\text{1 P.}}$. Dies liegt daran, dass in Gasen das Schermodul Null ist und somit die Phasengeschwindigkeit Null ist $\boxed{\text{1 P.}}$.

viii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Erläutern Sie den Unterschied zwischen einer idealen Flüssigkeit und einem idealen Gas.
Der Unterschied liegt in der Kompressibilität. Bei einem Gas wird die Kompressibilität durch das ideale Gasgesetz bzw. durch das Gesetz von Boyle-Mariotte beschrieben. Insbesondere sind Gase kompressibel. Bei einer Flüssigkeit geht man von einer Kompressibilität aus, die durch den Punkt ∞ beschrieben wird. Insbesondere sind Flüssigkeiten nicht kompressibel bzw. inkompressibel.

Aufgabe 3: Rotierende Systeme (10 Punkte)

i) $\boxed{\text{3 P.}}$ Wir erinnern allgemein an die Additionstheoreme für sin und cos.

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$$

$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\cos(y)$$

Wir erhalten für die Koeffizienten in dem rotierenden System

$$r_1^{'} = r_0 \cos(\omega t)\cos(\omega_0 t)$$

$$r_2^{'} = r_0 \sin(\omega t)\cos(\omega_0 t) \quad r_3^{'} = 0$$

ii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Wir erinnern an die Identität

$$\sin^2 + \cos^2 = 1$$

Einsetzen liefert

$$||\vec{r}(t)|| = r_0 |\cos(\omega_0 t)|$$

iii) $\boxed{\text{3 P.}}$ Es ist

$$r_1^{'}(t_0 + nT_0) = r_0 \cos\left(\omega t_0 + \frac{2\pi n\omega}{\omega_0}\right) \cos(\omega_0 t_0)$$

$$r_2^{'}(t_0 + nT_0) = r_0 \sin\left(\omega t_0 + \frac{2\pi n\omega}{\omega_0}\right) \cos(\omega_0 t_0) \quad , \quad r_3^{'} = 0$$

iv) $\boxed{\text{2 P.}}$ Die Bahn ist geschlossen, wenn es ein T gibt so, daß $r_i^{'}(t+T) = r_i^{'}(t) \quad \forall t \quad mit \;\; i =$ 1,2,3. Benutzung der Additionstheoreme für Sinus und Kosinus liefert dann für $r_1^{'}$ die vier Bedingungen

$$\cos(\omega T)\cos(\omega_0 T) = 1 \quad \sin(\omega T)\cos(\omega_0 T) = 0$$

$$\cos(\omega T)\sin(\omega_0 T) = 0 \quad \sin(\omega T)\sin(\omega_0 T) = 0$$

Diese Bedingungen lassen sich nur für rationale $\frac{\omega}{\omega_0}$ erfüllen. Die Gleichung für $r_2^{'}$ liefert die gleichen Bedingungen.

Aufgabe 4: Thermodynamische Prozesse (8 Punkte)

i) $\boxed{\text{3 P.}}$ In dem Zyklus ist die Energie, welche die Arbeitssubstanz von der Quelle der höheren Temperatur aufnimmt gegeben durch

$$Q_{ab} = c_p (T_b - T_a)$$

Die Energie, welche die Arbeitssubstanz an die Quelle mit der niedrigeren Temperatur abgibt ist gegeben durch

$$Q_{gi} = c_p (T_c - T_d)$$

Der Wirkungsgrad η ist gegeben durch

$$\eta = |\frac{W}{Q}|$$

Für die einzelnen Prozesse gilt

$$ab \quad : \quad W_{ab} = p_c \left(V_a - V_b\right) = -R\Delta T$$

$$cd \quad : \quad W_{cd} = p_c \left(V_c - V_d\right)$$

$$bc \quad : \quad W_{bc} = \Delta U_{bc} = c_v \left(T_c - T_b\right)$$

$$da \quad : \quad W_{da} = \Delta U_{da} = c_v \left(T_a - T_d\right)$$

Bei isobaren Prozessen gilt

$$W = \Delta U - Q = -R\Delta T$$

Die gesamte Arbeit W ist dann als Summe der einzelnen gegeben

$$W = \sum W_i = -R\left(T_b - T_a\right) + c_v\left(T_c - T_b\right) - R\left(T_d - T_c\right) + c_v\left(T_a - T_d\right)$$

$$= -c_p\left(T_b - T_a\right) - c_p\left(T_d - T_c\right) = -Q_{ba} + Q_{cd}$$

Damit kann der Wirkungsgrad η geschrieben werden als

$$\eta = |\frac{W}{Q}| = 1 - \frac{Q_{dc}}{Q_{ab}} = 1 - \frac{T_c - T_d}{T_b - T_a}$$

Mit der Zustandsgleichung

$$pV = nRT$$

und den Adiabatengleichungen

$$p_2 V_d^\gamma = p_1 V_a^\gamma \quad p_2 V_c^\gamma = p_1 V_b^\gamma$$

folgt für den Wirkungsgrad der Ausdruck

$$\eta = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

ii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Von der Zustandsgleichung wissen wir, dass

$$T_b > T_a, \quad T_c > T_d$$

Ferner ist von der Adiabatengleichung bekannt

$$T_b > T_c, \quad T_a > T_d$$

Insgesamt folgt damit

$$T_b = max\{T_a, T_b, T_c, T_d\}$$

und

$$T_d = min\{T_a, T_b, T_c, T_d\}$$

iii) $\boxed{\text{3 P.}}$

$$\eta_C = 1 - \frac{T_d}{T_b} > 1 - \frac{T_d}{T_a} = 1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \eta$$

Aufgabe 5: Stoßwinkel (10 Punkte)

Bevor wir zur Lösung der Aufgabe kommen, wollen wir erst noch den Begriff des Massenschwerpunktes und der Schwerpunktsystems wiederholen.
Gegeben seien N verschiedene Massenpunkte, wobei deren räumliche Position durch die Ortsvektoren $\vec{r_i}$ gegeben sei. Wir können diese also als das Tupel $\{m_i, \vec{r_i}$ auffassen. Als Massenschwerpunkt S des gesamten Systems definieren wir

$$\vec{R}_S = \frac{\sum m_i \vec{r_i}}{\sum m_i} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r_i}$$

wobei wir mit M die Gesamtmasse bezeichnen. Ferner ist die Schwerpunktsgeschwindigkeit $\vec{V}_S$ gegeben durch

$$\vec{V}_S = \frac{d\vec{R}_S}{dt} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{v_i}$$

Setzt man nun $\vec{p_i} = m_i \vec{v_i}$ und damit $\sum m_i \vec{v_i} = \sum \vec{p_i} = \vec{P}$so ergibt sich

$$\vec{P} = M V_S$$

Eine Folgerung daraus ist, dass sich der Schwerpunkt eines beliebigen Systems von Massenpunkten so bewegt, als ob er ein Körper mit der Gesamtmasse M wäre, auf den die gesamte äußere Kraft wirken würde. Oft ist es zweickmäßig, ein Koordinatensystem zu wählen, das den Schwerpunkt als Nullpunkt hat und sich mit der Schwerpunktsgeschwindigkeit $\vec{V}_S$ gegen das ortsfeste Laborsystem bewegt. Dieses System wollen wir das Schwerpunktsystem nennen. Die Ortsvektoren im Schwerpunktsystem erhält man durch eine Galilei-Transformation aus den Ortsvektoren des Inertialsystems.

i) $\boxed{\text{3 P.}}$ Da die Kugeln glatt sind, wirkt am Kontaktpunkt der Kugeln nur eine zur Oberfläche senkrechte Kraft. Die anderen Impulskomponenten bleiben erhalten. Für den Stoßwinekl im Laborsystem ergibt sich

$$\cos(\theta_L) = \left[m_2 - m_1 + 2m_1 b^2/(R_1 + R_1)^2\right] / \left[(m_2 - m_1)^2 + 4m_1 m_2 b^2/(R_1 + R_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

ii) $\boxed{\text{3 P.}}$ Den Winkel im Schwerpunktsystem erhält man durch eine Galilei-Transformation mit der Geschwindigkeit

$$\vec{v} = -\vec{v}_2 m_2/(m_1 + m_2)$$

Damit folgt

$$\cos(\theta_S) = 2(b/(R_1 + R_2))^2 - 1$$

Da sich die beiden Kugeln im Schwerpunktsystem vor bzw. nach dem Stoß jeweils in entgegengesetzte Richtungen bewegen und die Richtung des Impulsübertrages allein durch die Geometrie bestimmt ist, hängt θ_S nicht von m_1 und m_2 ab.

iii) 4 P. Den Stoßwinkel im Relativsystem , das kein Inertialsystem mehr ist, erhält man , indem man die Geschwindigkeiten $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_2'$ der Kugeln im Laborsystem nach dem Stoß um $-\vec{v}_1'$ verschiebt. Es ergibt sich der gleiche Winkel wie im Schwerpunktsystem $\theta_S = \theta_R$.

Aufgabe 6: Gartenschlauch (8 Punkte)

i) 3 P. Die Durchflussrate Q ist gegeben durch

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0.25 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} = Av = const. \tag{1}$$

Daraus folgt die Kontinuitätsgleichung

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \tag{2}$$

Die Bernoulli-Gleichung lautet

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Da aber nun $A_1 > A_2$, folgt $v_2 > v_1$ und $p_2 < p_1$. Damit gilt insgesamt $\Delta p = p_1 - p_2 = 2bar$. Aus Gleichung (1) folgt nun

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.25 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}}{10^{-3} m^2} = 0.25 \frac{m}{s}$$

Aus Gleichung (2) erhalten wir

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho} + v_1^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \times 10^5 \frac{N}{m^2}}{10^3 \frac{Kg}{m^3}} + \left(0.25 \frac{m}{s}\right)^2} = 20 \frac{m}{s} >> v_1$$

Gleichung (1) liefert weiter

$$A_2 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \frac{Q}{v_2}$$

$$\Longrightarrow d_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{0.25 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s}}{\pi \cdot 20 \frac{m}{s}}} = 4mm$$

ii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Wir erhalten den Betrag der Rückstoßkraft $|\vec{F}|$ durch

$$|\vec{F}| = \frac{|\Delta \vec{p}|}{\Delta t} \quad mit \quad |\Delta \vec{p}| = \Delta m \left(v_2 - v_1\right)$$

Einsetzen liefert

$$|\vec{F}| = \frac{\Delta m}{\Delta t}\left(v_2 - v_1\right) = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t}\left(v_2 - v_2\right) = \rho Q \left(v_2 - v_1\right)$$

Für die angegebenen Zahlenwerte liefert dies

$$|\vec{F}| = 10^3 \frac{Kg}{m^3} \cdot 0.25 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} \cdot (20 - 0.25) \frac{m}{s} = 4.94N$$

iii) $\boxed{\text{2 P.}}$ Zuerst stellen wir fest, dass die Wassertropfen ohne Berücksichtigung der Reibung eine Wurfparabel durchlaufen würden. Es ist.Für $\alpha = 90°$ gilt

$$H = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 20.4m$$

Falls $\alpha = 45°$ gegeben ist, so ist die Startgeschwindigkeit

$$v_x = v_y = \frac{v_2}{\sqrt{2}}$$

Damit ergibt sich für die Steigzeit $t_h = \frac{2h}{v_y}$. Für die Zeit bis der Tropfen auf dem Boden landet, gilt

$$t_e = 2t_h = \frac{4h}{v_y}$$

und somit folgt für die Auftreffstelle

$$x_e = \frac{1}{2}\frac{v_y^2}{g} = \frac{1}{4}\frac{v_2^2}{g}$$

Insgesamt also

$$x_e = 4\frac{v_2^2}{4g} = \frac{v_2^2}{g} \Longrightarrow x_e = 2H = 40.8m$$

Aufgabe 7: Mathematisches Pendel (10 Punkte)

i) $\boxed{\text{3 P.}}$ Die Bewegungsgleichungen sind gegeben durch

$$\ddot{\varphi}_1 = -\frac{g\varphi_1}{l} - D\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{m_1}$$

und durch

$$\ddot{\varphi}_2 = -\frac{g\varphi_2}{l} - D\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{m_2}$$

ii) $\boxed{\text{3 P.}}$ Die Normalfrequenz des Systems ergibt sich zu

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

und

$$\omega_2 = \left[\frac{g}{l} + D\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

iii) $\boxed{\text{4 P.}}$ Bei der Schwingung mit ω_1 schwingen beide Pendel mit gleicher Amplitude und Phase. Mögliche Anfangsbedingungen sind $\varphi_{10} = \varphi_{20} \neq 0$ und $\dot{\varphi}_{10} = \dot{\varphi}_{20} = 0$. Bei der Normalschwingung mit ω_2 gilt für die Amplituden $A_2 = -\frac{A_1 m_1}{m_2}$, die Phasendifferenz beträgt π. Mögliche Anfangsbedingungen sind $\varphi_{20} = -\frac{\varphi_{10} m_1}{m_2} \neq 0$ und $\dot{\varphi}_{10} = \dot{\varphi}_{20} = 0$.