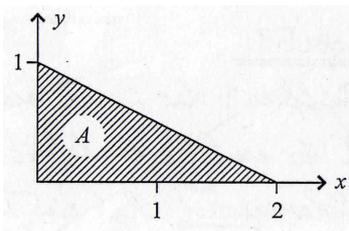


Die Welt ist alles, was der Fall ist.
 Ludwig Wittgenstein- deutscher Philosoph

Aufgabe 1

Berechnen Sie das Volumen und das Trägheitsmoment bezüglich einer Rotation um die Längsachse für einen Kegel mit kreisförmiger Grundfläche (Radius R) und der Höhe H . Bestimmen Sie auch die Lage des Schwerpunkts. Gehen Sie weiter von einer homogenen Massendichte aus.

Aufgabe 2



- a) Berechnen Sie für die durch das Quadrat $1 \leq x \leq 2$ und $1 \leq y \leq 2$ gegebene Fläche A das Integral

$$I_1 = \int_A dx dy \text{ und } I_2 = \int_A \frac{1}{x+y} dx dy$$

- b) Berechnen Sie für die in der folgenden Skizze gegebene Fläche A die Integrale

$$I_3 = \int_A dx dy \text{ und } I_4 = \int_A (x^2 + y^2) dx dy$$

Aufgabe 3

Wie groß sind Trägheitsmoment, Drehimpuls und Rotationsenergie der Erde,

- wenn ihre Dichte ρ_0 als homogen angenommen wird?
- wenn für $r \leq R/2$ die homogene Dichte ρ_1 doppelt so hoch ist wie ρ_2 für $r \geq R/2$?
- Wie würde sich die Winkelgeschwindigkeit der Erde ändern, wenn alle Menschen ($n = 5 \times 10^9$ zu je 70Kg zur selben Zeit synchron am Äquator nach Osten mit der Beschleunigung $a = 2\text{m/s}^2$ zu laufen beginnen würden.

Aufgabe 4

Die Dichte ρ eines Kreiszyinders der Höhe H und dem Radius R nehme gemäß $\rho(r) = \rho_0(1 + (\frac{r}{R})^2)$ mit dem Abstand r zur Figurenachse zu.

- a) Wie groß ist sein Trägheitsmoment bei Rotation um die Figurenachse, wenn $R = 10\text{cm}$ und $\rho_0 = 2\text{Kg/dm}^3$ sind?
- b) Wie lange braucht ein Zylinder, um auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 10^\circ$ aus einer Höhe von $h = 1\text{m}$ herabzurollen?

Aufgabe 5

Berechnen Sie das Integral

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-\lambda x^2}$$

auf die folgende Weise:

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{-\lambda(x^2+y^2)}$$

soll in Zylinderkoordinaten umgeschrieben werden. Benutzen Sie dann die Substitution $z = r^2$, um das Integral zu berechnen.