Astronomie mit Tabellenkalkulation
Fortsetzung des Zeitschriftenartikels: Die wahre und die mittlere Sonne [1]

von Albrecht Schultz

Thema der Fortsetzung ist das Analemma. Darunter versteht man die Himmelskurve in Form einer Acht, die für jeden Tag des Jahres jeweils zu einer festgelegten mittleren Ortszeit den Sonnenort beschreibt. Das Analemma bildet die Werte der Zeitgleichung ab, und bei der Konstruktion von Sonnenuhren kann das ausgenutzt werden: Normale Sonnenuhren zeigen naturgemäß die wahre Ortszeit an; wenn aber ihre Stundenlinien die Form des Analemma annehmen, ist auch das Ablesen mittlerer Ortszeiten möglich.

Das Analemma der Sonnenuhren

In Diagramm 3 [1] haben wir die Zeitgleichung Z als Funktion der Tagesnummer dargestellt. Die Sonnendeklination δ ändert sich im Jahreslauf, und man kann auf die Idee kommen, Z gegen δ aufzutragen. In Diagramm 5 ist das durchgeführt; die dazu benötigten Sonnendeklinationen des Jahres 2008 aus dem Ahnertkalender stehen in den Spalten J bis L von Tabelle 1 [1]. Das Resultat ist eine geschlossene Kurve in Form einer liegenden Acht, - die Schwingung der Zeitgleichung hat sich in die Bäuche des sog. Analemma[1] verwandelt. Die Sonne durchläuft den ganzen Deklinationsbereich von -23,4° bis +23,4° schon im Frühlingshalbjahr, von der Winter- zur Sommersonnenwende; dieselbe Spanne von der größten bis zur kleinsten Deklination läuft sie im Herbsthalbjahr zurück, deshalb ergibt sich die geschlossene Kurve. Zu jedem Wert von δ lassen sich zwei Tagesnummern finden (außer den Werten, für die Z = 0 ist), Z(δ) ist doppeldeutige Zuordnung, mathematisch ausgedrückt eine „Relation“.
Die Asymmetrie des Analemma resultiert daraus, dass die beiden kleinen und die beiden größeren Ausschläge der Zeitgleichungskurve jeweils unterschiedliche Amplituden haben; und dies liegt daran, dass die beiden Teilkurven in Diagramm 4 (Kurven 1 und 2) keine gemeinsamen Punkte auf der Rechtsachse haben.
Bei Zeitgleichung Z = 0 steht die Sonne an einem gegebenen Ort um 12 Uhr mittlerer Ortszeit im Meridian (der Azimut ist gleich 0). In diesem Moment ist die Höhe h_M der Sonne über dem Horizont nur durch ihre aktuelle Deklination δ und die geographische Breite φ des Standortes bestimmt: $h_M = (90° - \varphi) + \delta$ (siehe Bild 4); die Formel ist auch noch in kleinen Umgebungen des Meridians anwendbar. Wenn die Zeitgleichung größer als Null ist, weicht um 12 Uhr MOZ der Sonnenort nach Westen von der Meridianlinie ab, bei negativem Z nach Osten; der Winkelbetrag wird durch die Zeitgleichung selbst angegeben, weil wir für die Winkel wie für die Zeit dasselbe Maß verwenden (1° im Azimut ist 4^m gleichzusetzen).
Wir zeichnen also den Ort, den die Sonne im Horizontsystem an der gedachten Himmelskugel das Jahr über jeweils um 12 Uhr mittlerer Ortszeit einnimmt; dafür müssen wir die liegende Acht von Diagramm 6 mitsamt Achsen aufrichten und die ursprüngliche δ-Achse als Höhenachse einrichten. Für die Abszisse ist jetzt zu beachten: Positive Zeitgleichung entspricht positivem Azimut, und dieser nimmt nach rechts (nach Westen) zu. In Diagramm 6 ist dies umgesetzt, die Meridian-Höhe h_M aus obiger Formel – für φ = 50° aufgelistet in Spalte X von Tabelle 1 − wurde einfach gegen die Zeitgleichung (den Azimut) aufgetragen. Eine solche Kurve wäre im Echt-Versuch zu realisieren, indem man die Positionen der Sonne an einem sonnensicheren Standort der nördlichen Halbkugel ein Jahr lang geduldig jeweils um 12 Uhr MOZ photographisch festhielte.
Die jetzt aufgerichtete Acht ist von den Zifferblättern für Sonnenuhren bekannt. Dort sind Stundenlinien oft von dieser Form. Mit dieser Einrichtung ist das unmittelbare Ablesen der

[1] Das altgriechische Wort Analemma kann mit „Ausgleichung“ (Zeitgleichung!) übersetzt werden; das entsprechende Verb ist αναλαμβάνω: ich gleiche aus, mache wieder gut.

um die Zeitgleichung korrigierten Ortszeit, der *mittleren* Ortszeit MOZ, ermöglicht. In Bild 5 ist ein Beispiel wiedergegeben: Durch eine im Schattenstab eingearbeitete Markierung (z.B. eine Lochblende oder eine kugelförmige Verdickung) wird auf der Südwand (dem Zifferblatt) eine Marke als „Bild“ der Sonne erzeugt. Verfolgt man diese Marke ein Jahr lang immer um 12 Uhr MOZ, so läuft sie von der Winter-Sonnenwende bis zur Sommer-Sonnenwende in einer Schlangenlinie die Deklinationsachse hinab und von da an wieder hinauf, dabei zeichnet sie die Sonnenörter - das Analemma von Diagramm 6 - nach, als Projektion steht es auf dem Kopf, ist seitenverkehrt und – durch Art und Lage der Auffangfläche bedingt – verzerrt; die am Firmament linke (östliche) Schleifenhälfte hat nach Umkehr der Blickrichtung ihr Bild auf der Wand auch links (westlich) von der Linie für den wahren Mittag. Die 12 Uhr-Stundenlinie ist dementsprechend eingerichtet; es ist also 12 Uhr MOZ, wenn das Sonnenbild die Schleife auf der Seite trifft, welche der Jahreszeit entspricht; am Analemma ist diese meistens durch das entsprechende Tierkreiszeichen gekennzeichnet. Sind auch andere Stundenlinien als Analemma ausgeformt, so liegen sie gegen die 12 Uhr - Linie geneigt.

Die Zeitgleichungs-Schleifen an Sonnenuhren hatten während einiger Jahrzehnte des 19. Jahrhundert eine wichtige Funktion: Überall wo der zunehmende Eisenbahnverkehr die Ablösung der Ortszeit durch die Zonenzeit erzwungen hatte, ermöglichten sie das Richten der Räderuhren, deren Gang nicht immer sehr präzis war; eine Sonnenuhr, deren Mittagslinie als Analemma geformt war, diente als Zeitnormal [2].

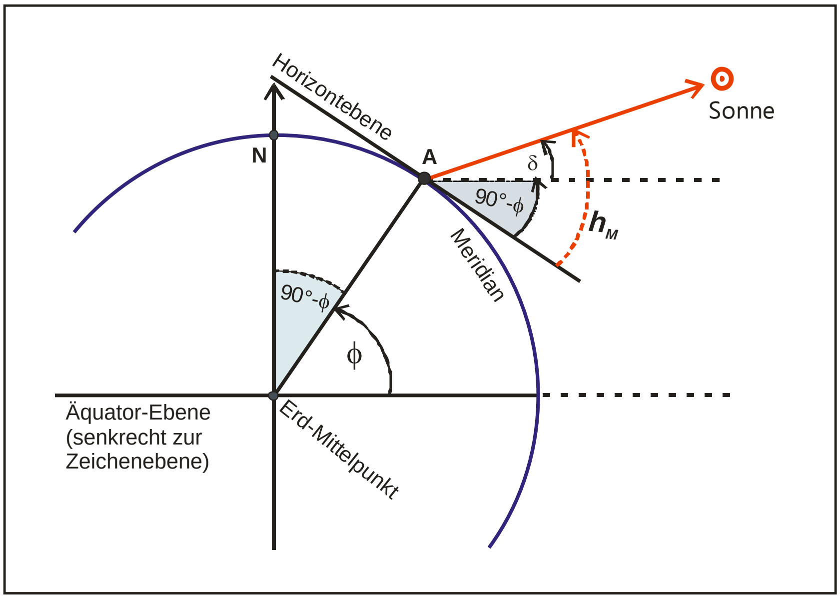

Bild 4 Die Mittagshöhe der Sonne der Sonne berechnet sich nach der Formel $h_M = (90° - \varphi) + \delta$; für die Erde ist Kugelform vorausgesetzt.
φ: geographische Breite des Ortes A, δ: Deklination der Sonne

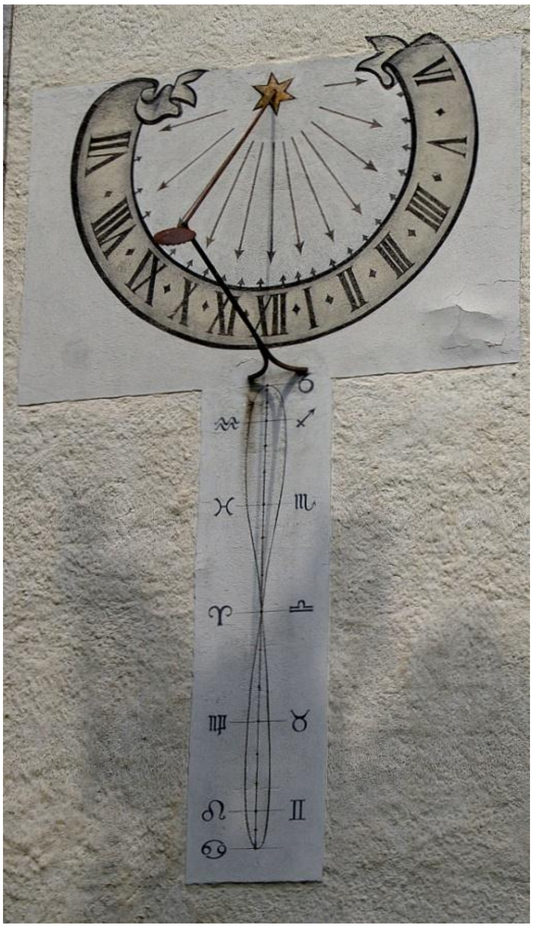

Bild 5 Analemma eines Mittagsweisers für MOZ. Darüber eine einfache Sonnenuhr mit Stundenlinien für WOZ (Thun/CH, Kirche St. Mauritius auf dem Schlossberg)

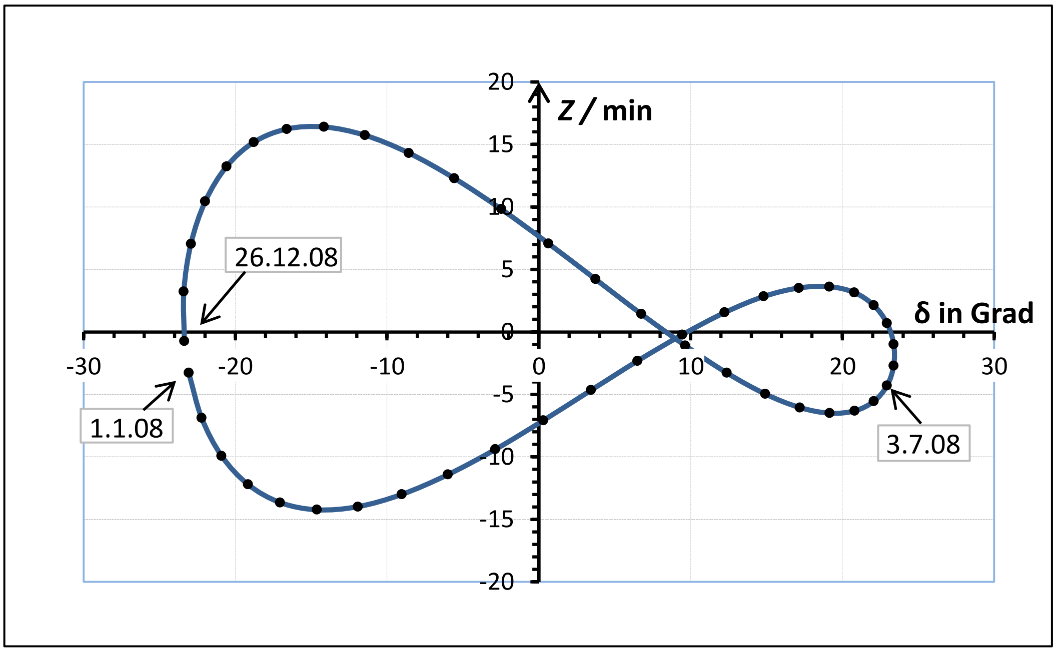

Diagramm 5 Das Analemma (Die Zeitgleichung in Abhängigkeit von der Sonnendeklination)

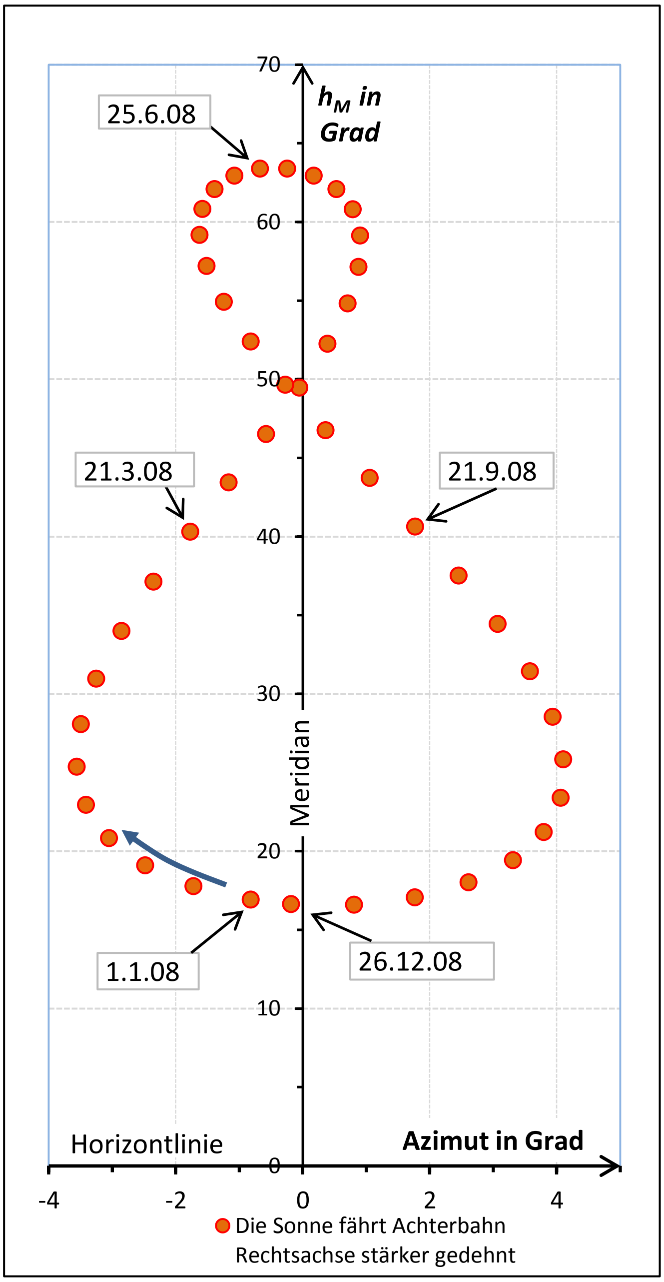

Diagramm 6 Sonnenörter am Firmament um 12 Uhr MOZ (φ = 50°) in 8 Tages-Abständen

Literatur

[1] Schultz, A.: Astronomie mit Tabellenkalkulation, Teil 7. In: ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht 49 (2012), Heft ?
[2] Mayer, J.: Die Sonnenuhr und ihre Theorie. Verlag Harri Deutsch. Frankfurt a.M. 2008, S.102 f

Dr. Albrecht Schultz
Im Alten Kloster 16
76857 Eußerthal